



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



**GOBIERNO
DE ARAGON**

Departamento de Educación,
Cultura y Deporte

arcomat



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

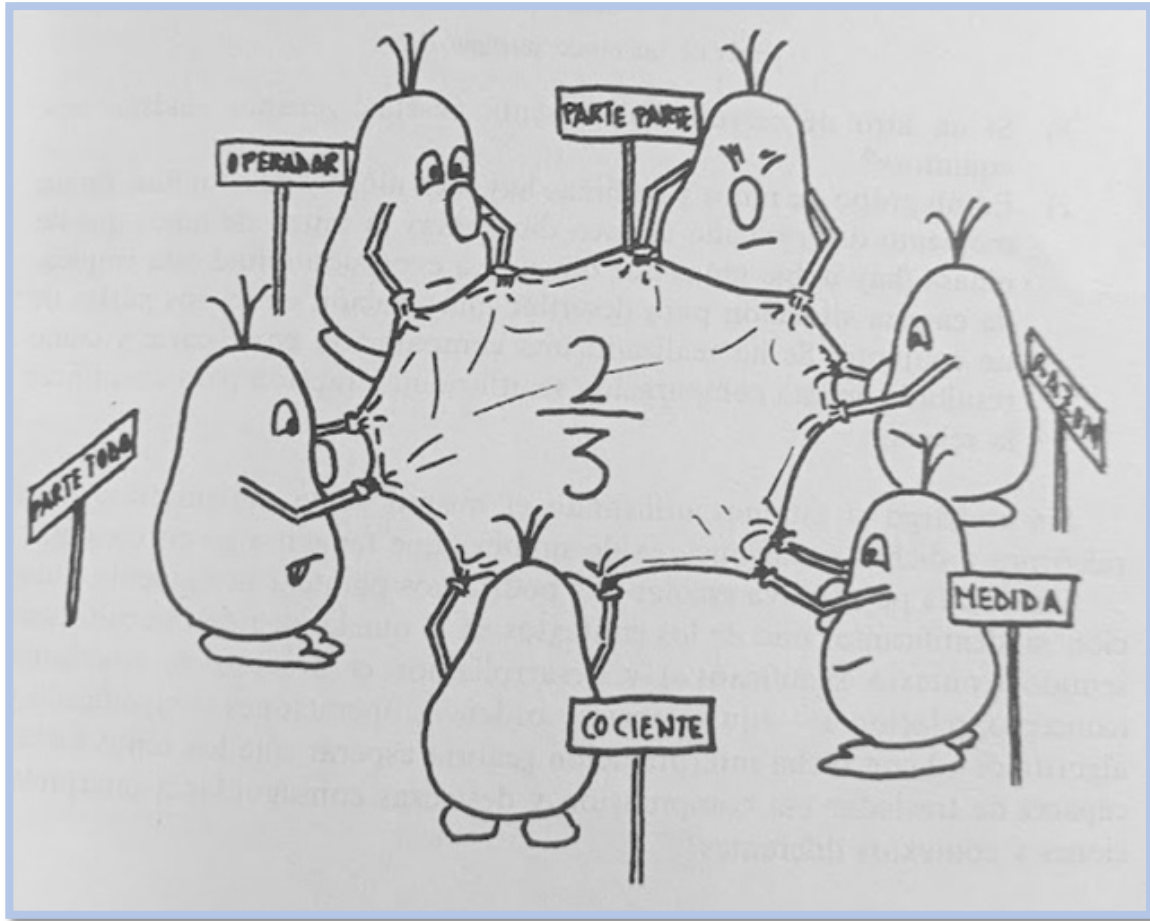
FRACCIONES DESDE LA MEDIDA SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Desarrollando la competencia matemática en ESO

Aurora Domenech Penón
domenechaurora@gmail.com

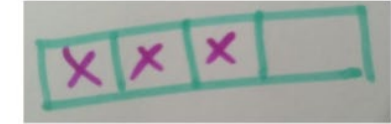
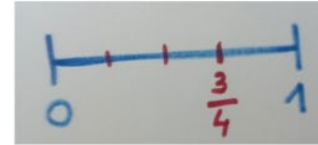
FRACCIONES DESDE LA MEDIDA. SITUACIONES DE APRENDIZAJE

MIDIENDO SUPERFICIES	OPERACIONES DESDE SIGNIFICADO DE MEDIDA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	SITUACIONES DE APRENDIZAJE: 1º Y 2º ESO



“Fracciones” Linares S. y Sánchez V. Matemáticas : cultura y aprendizaje.
Editorial Síntesis . Vol. 4. (1988)

$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$

Tres cuartos

$$0,75$$



$$75\%$$



$$3:4$$





 Modelo medida relegado en los tiempos

 Limitación en los estudiantes

 Conflictos cognitivos al romper con los naturales



LA MEDIDA COMO ALTERNATIVA

- Modelo de aprendizaje rico
- Justifica “mejor” las operaciones
- Mejora el sentido numérico
- Conecta otros conceptos matemáticos



Aprendizaje basado en RP

- 🎯 El contenido emerge de la situación propuesta
- 🎯 Se propone actividad sin explicación previa
- 🎯 Existen diferentes estrategias para buscar respuestas
- 🎯 Actividades suelo bajo y techo alto
- 🎯 Con materiales manipulativos





Aprendizaje basado en RP

- Las propuestas no son las habituales en los libros de texto
- Diálogo de aula para comentar respuestas variadas de los estudiantes
- El docente como guía...haciendo preguntas adecuadas



OPERACIONES: ¿Qué necesitan saber?



 Equivalencia

 Multiplicación

 Densidad

 División

 Suma

 Potencias

 Resta

ENTENDER SU
SIGNIFICADO Y PODER
OPERAR CON ELLAS

Saber operar con ellas

Midiendo superficies



Documento Superficie y anexo

SUPERFICIE 1

SUPERFICIE 2

SUPERFICIE 3

SUPERFICIE 4

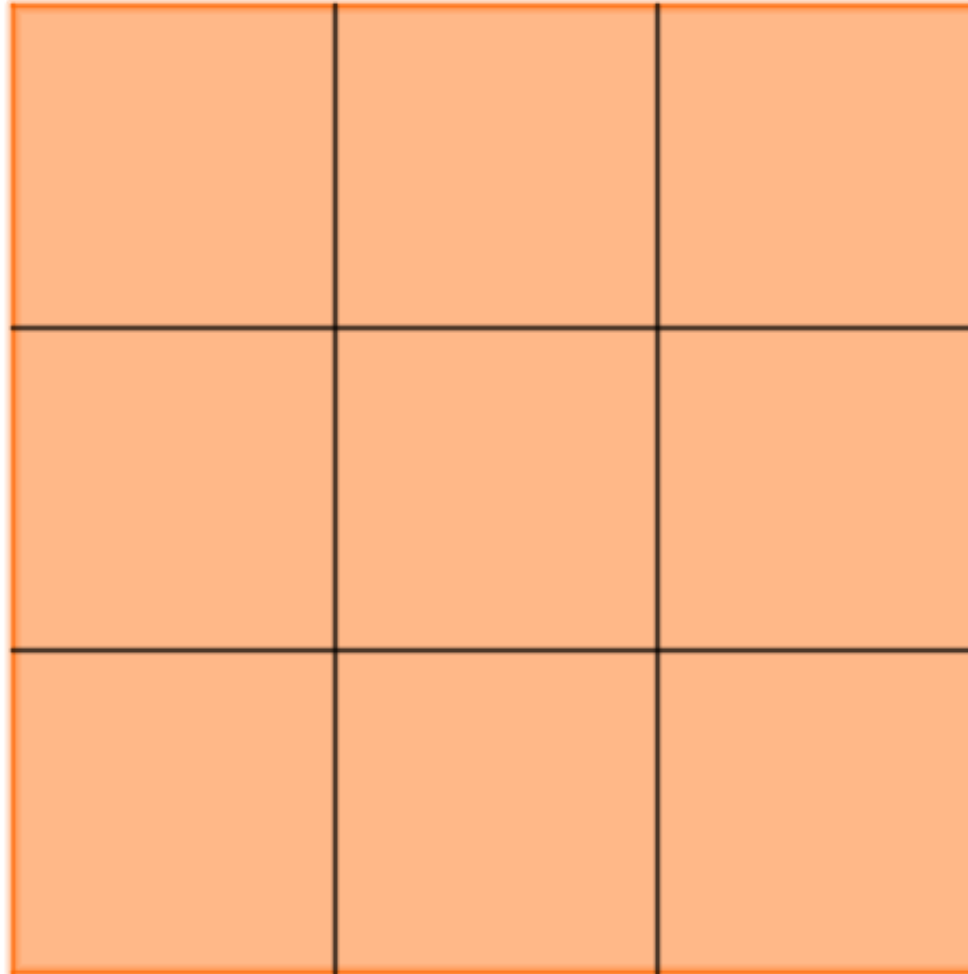
SUPERFICIE 5

Midiendo superficies



SUPERFICIE 1

$$\frac{9}{4}u^2$$

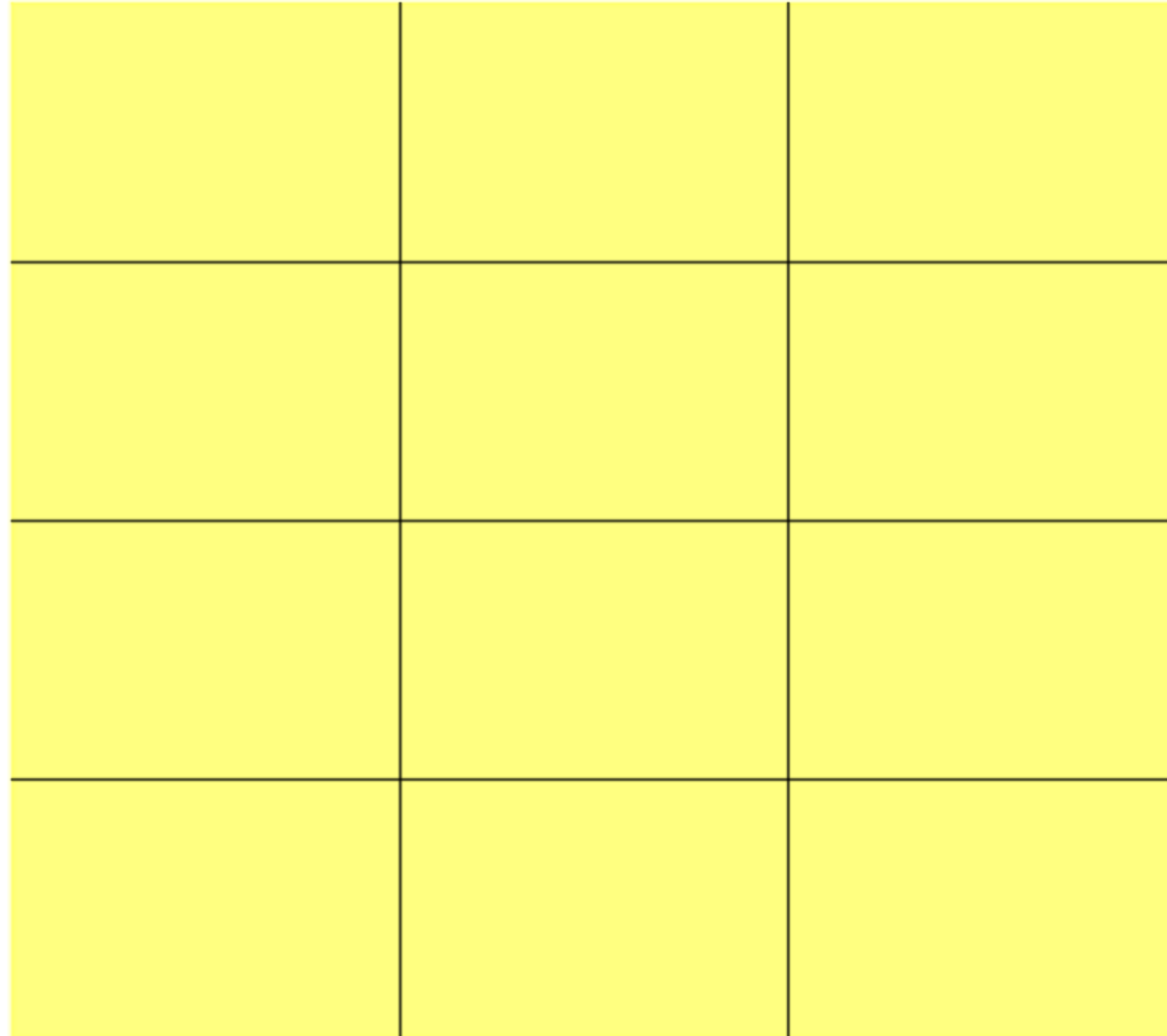
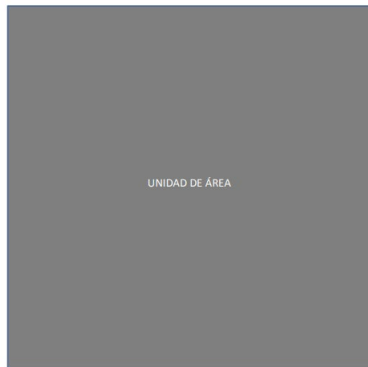


Midiendo superficies



SUPERFICIE 2

$$\frac{12}{6} u^2$$

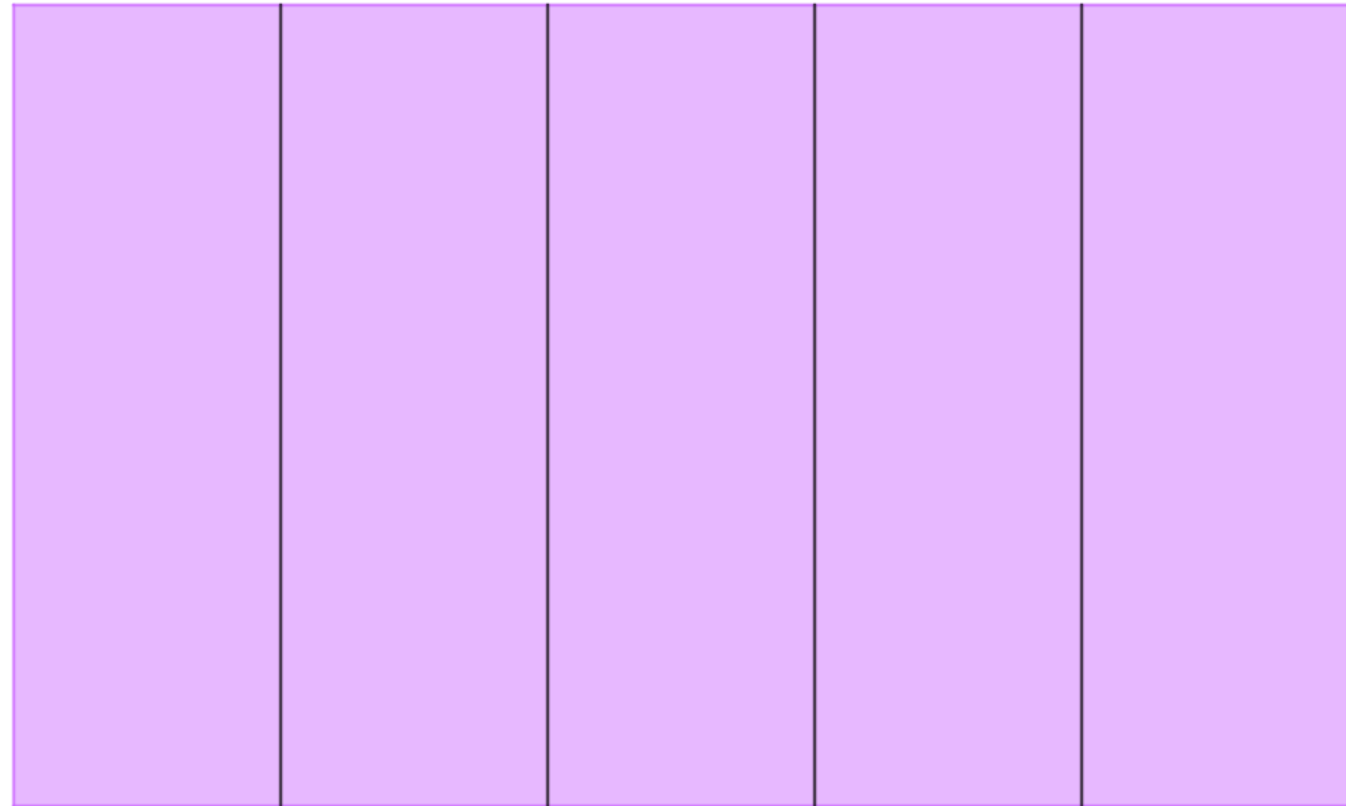
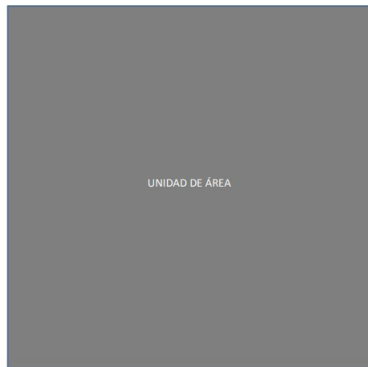


Midiendo superficies



SUPERFICIE 3

$$\frac{5}{3}u^2$$

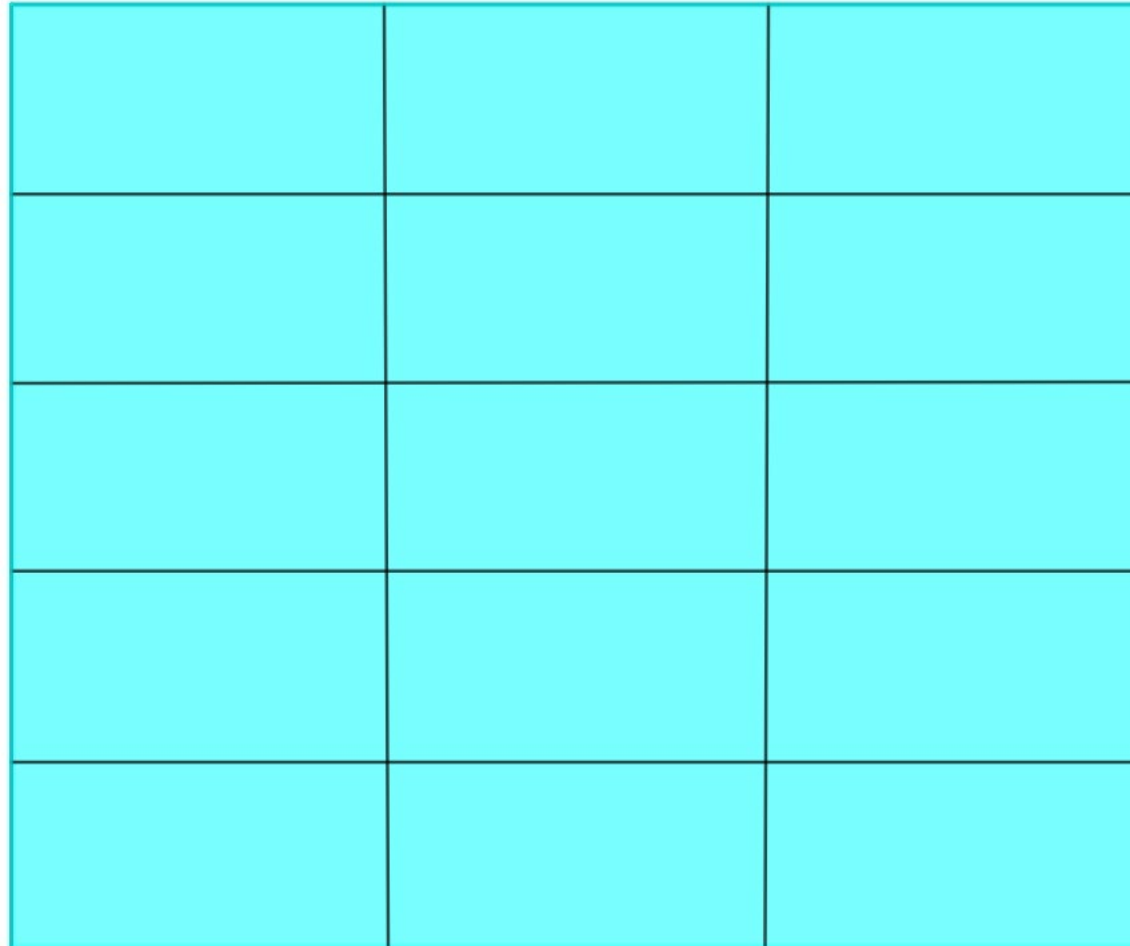
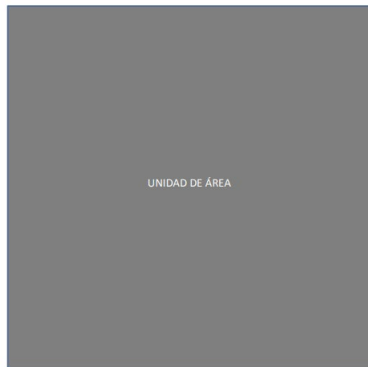


Midiendo superficies



SUPERFICIE 4

$$\frac{15}{8} u^2$$

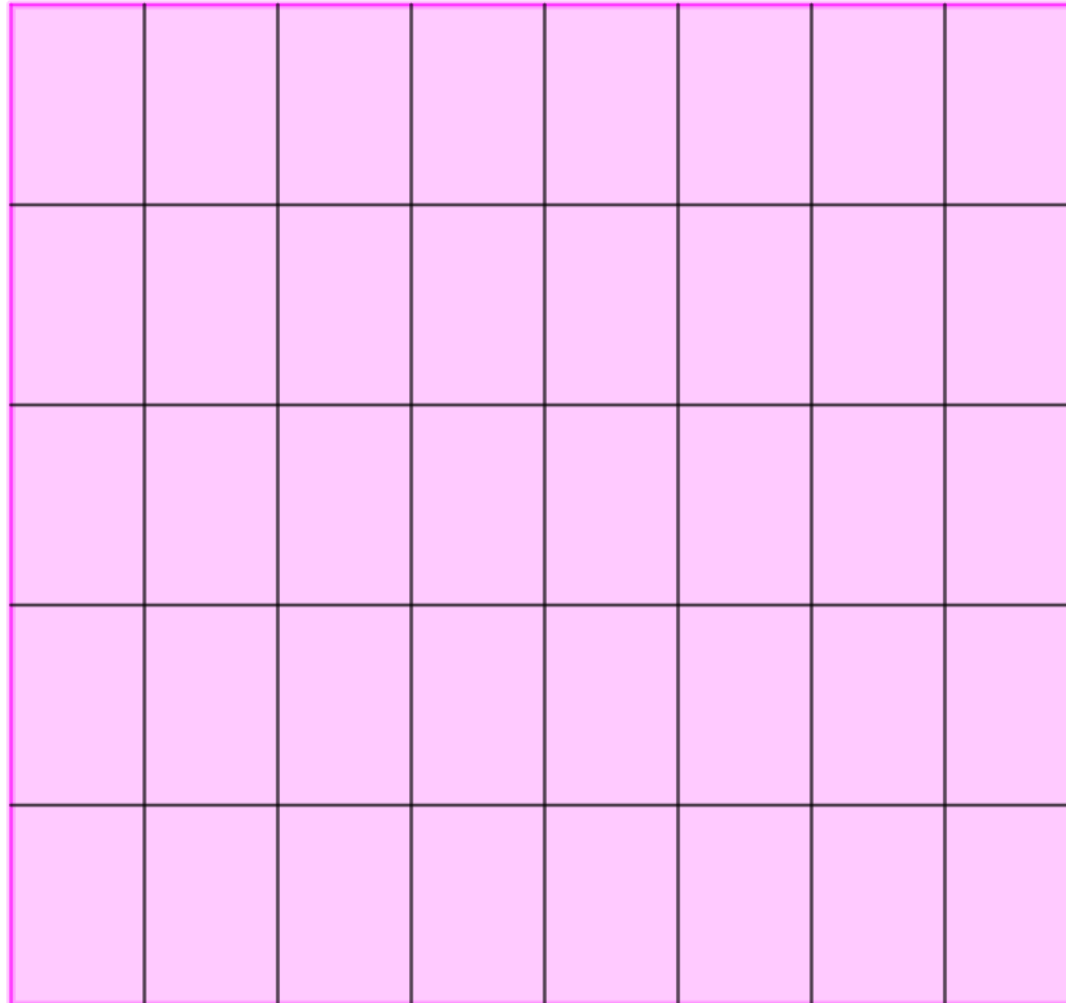
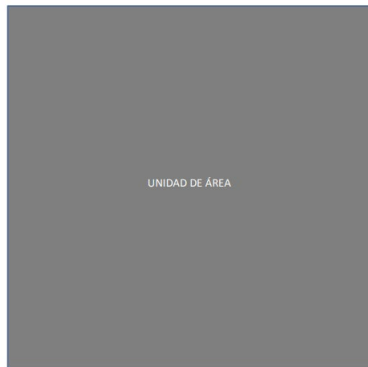


Midiendo superficies

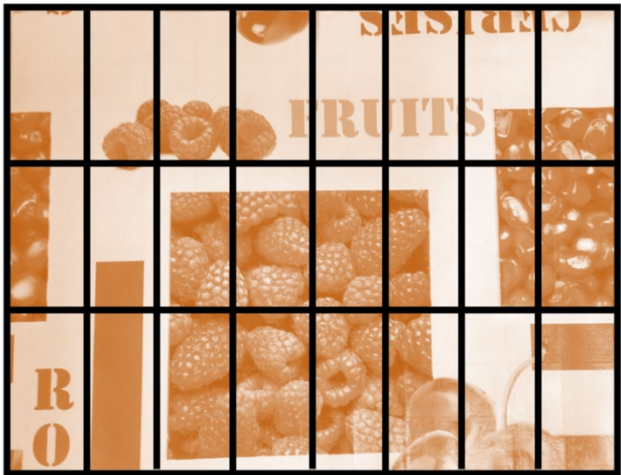
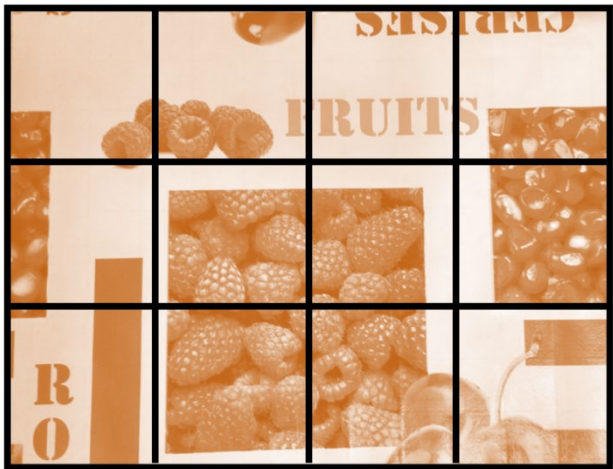


SUPERFICIE 5

$$\frac{20}{12} u^2$$



OPERACIONES: Equivalencia



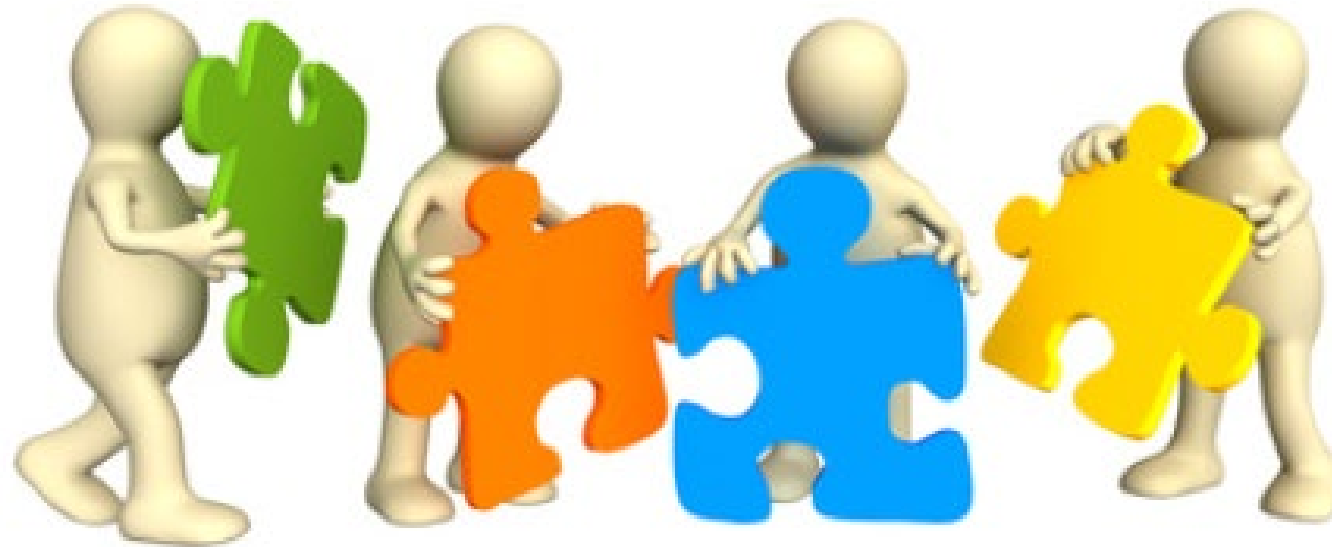
OPERACIONES: Equivalencia



Rubén		Mano
partes iguales $\rightarrow$	$\frac{1}{6} B_0^2$	24 partes tamaño $\frac{1}{24} B_0^2$
20 piezas $\rightarrow$	$\frac{20}{6} B_0^2$	80 piezas $\rightarrow \frac{80}{24} B_0^2$



OPERACIONES: Suma , multiplicación y división



Documento Fracciones elementos didácticos Sesión 2

OPERACIONES: Suma



Unidad de Longitud

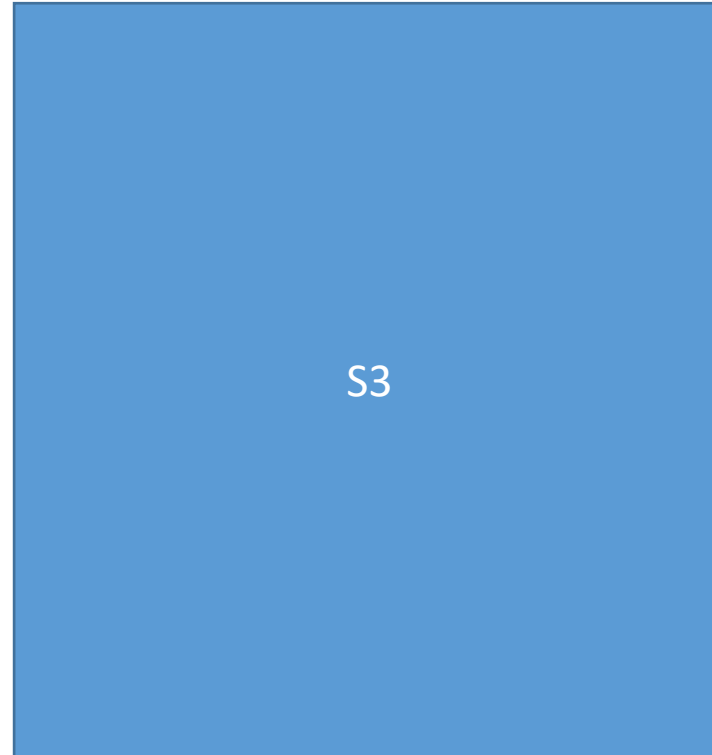
Tira 4

Tira 3

¿Cuánto mide la tira que se forma al poner la tira 3 y la tira 4 una a continuación de otra? Recordad que debéis dar la medida con una única subunidad

Encuentra una subunidad de medida que quepa de forma exacta en cada una de estas LONGITUDES

OPERACIONES: Suma



Encuentra una subunidad de medida que quepa de forma exacta en cada una de estas superficies

OPERACIONES: Multiplicación



1. Si uno 4 tiras que midan $\frac{2}{3}$ de unidad de longitud cada una .¿Cuál es la medida de la tira resultante?

2. Dibujad un rectángulo que mida $\frac{2}{3}$ de unidad de longitud de altura y $\frac{4}{5}$ de unidad de longitud de base altura ¿qué parte de la superficie de la unidad de superficie ocupa?

OPERACIONES: Multiplicación



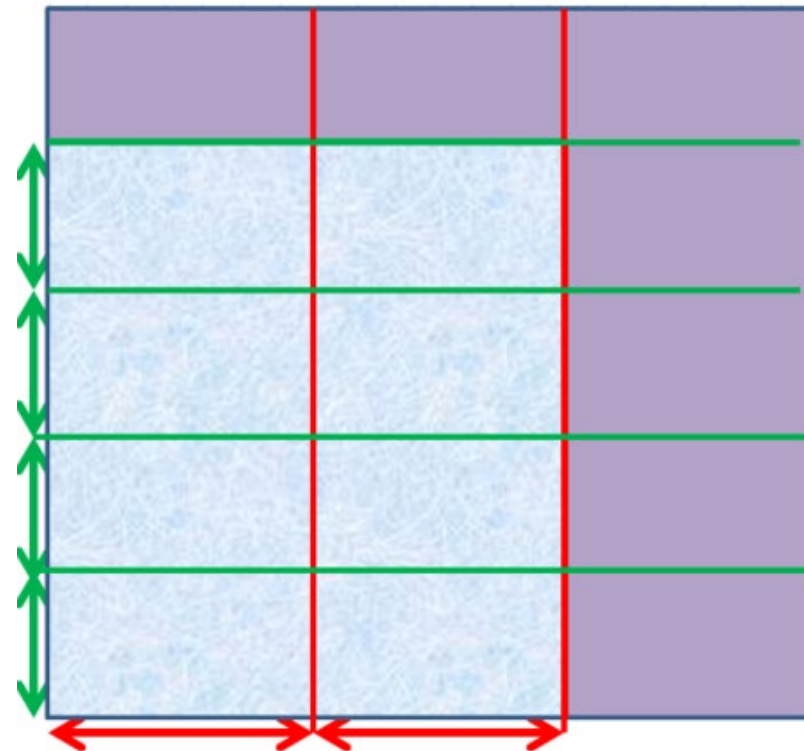
unidad

$\frac{2}{3}$
unidad



La suma reiterada que “repite el modelo” de los naturales y el resultado siempre es mayor que el multiplicado.

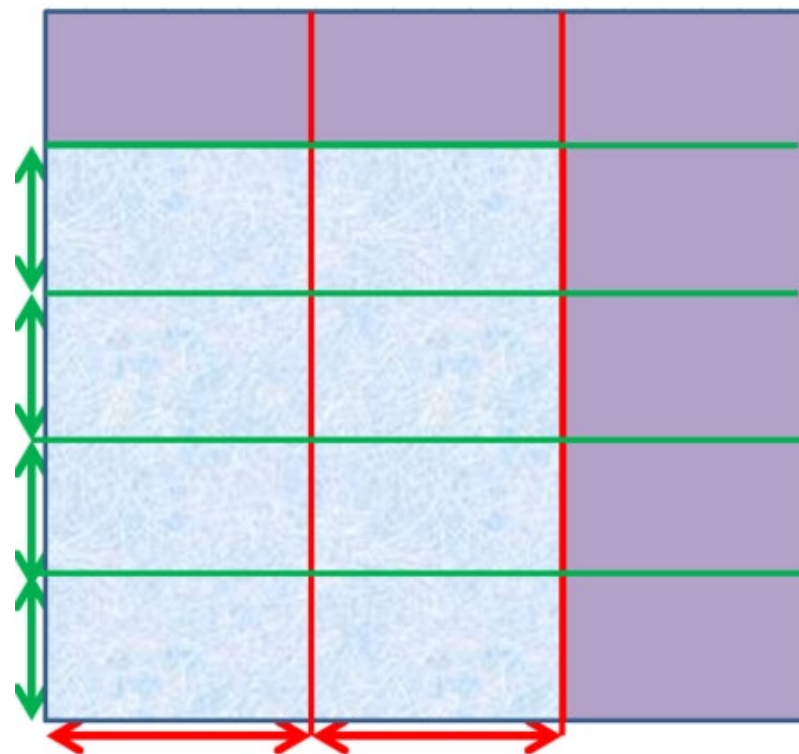
OPERACIONES: Multiplicación



OPERACIONES: Multiplicación



$$\begin{array}{r} 24 \\ \cdot 35 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{r} 8 \\ \hline 15 \end{array}$$



OPERACIONES: División

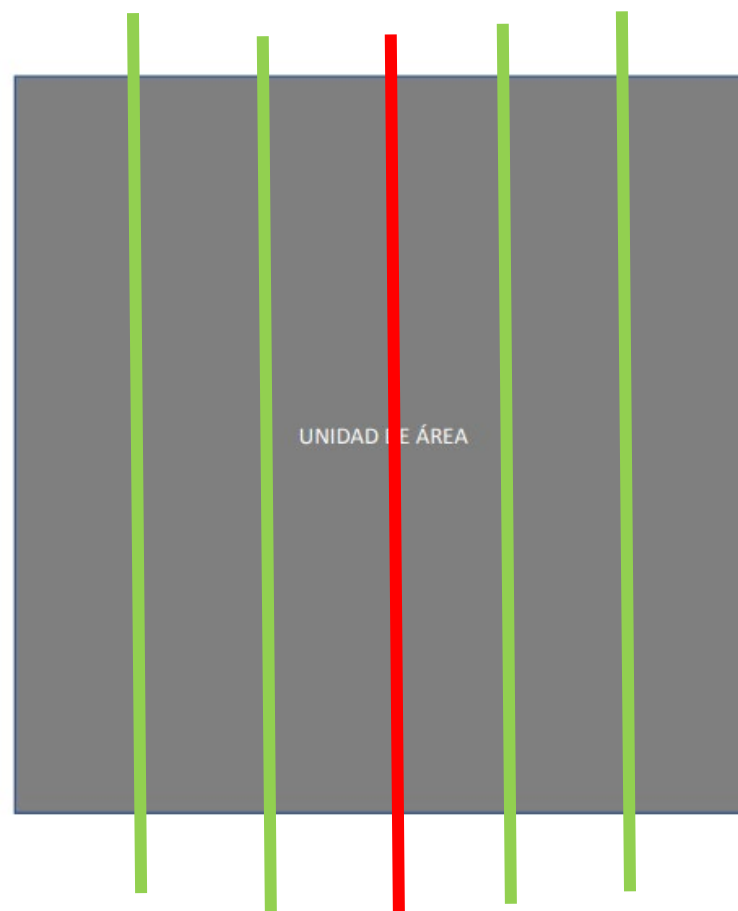


Ayudándote del material: ¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{6}$ de unidad de área en $\frac{1}{2}$ unidad de área?

OPERACIONES: División



Ayudándote del material: ¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{6}$ de unidad de área en $\frac{1}{2}$ unidad de área?



$$\frac{1}{2} : \frac{1}{6}$$

OPERACIONES: División



Argumenta desde el modelo de medida, sin necesidad de cuentas, porqué:

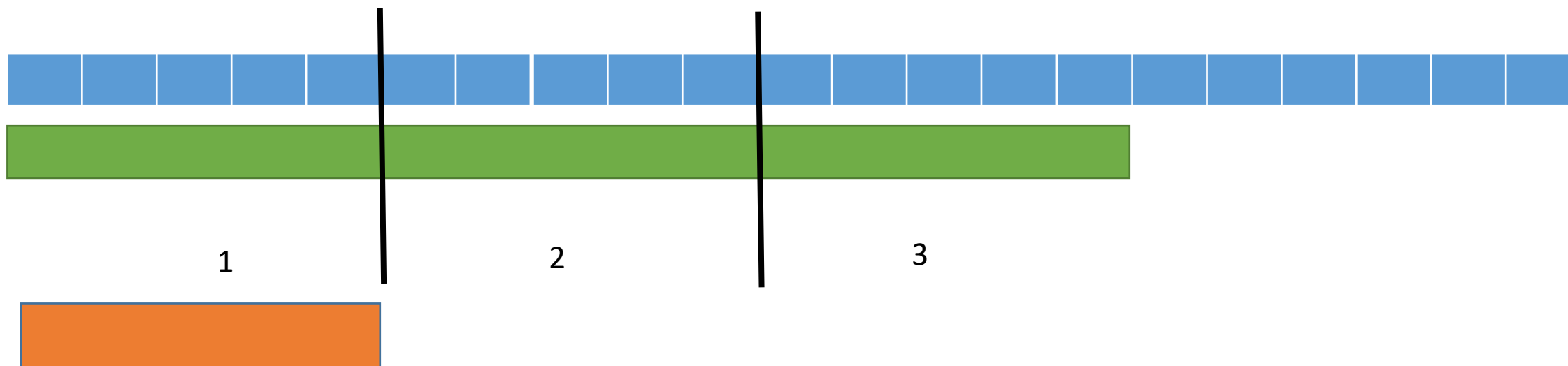
$$(a) \frac{15}{7} : 3 = \frac{5}{7}$$

$$(b) \frac{5}{3} : 2 = \frac{5}{6}$$

OPERACIONES: División

Argumenta desde el modelo de medida, sin necesidad de cuentas, porque:

$$(a) \frac{15}{7} : 3 = \frac{5}{7}$$

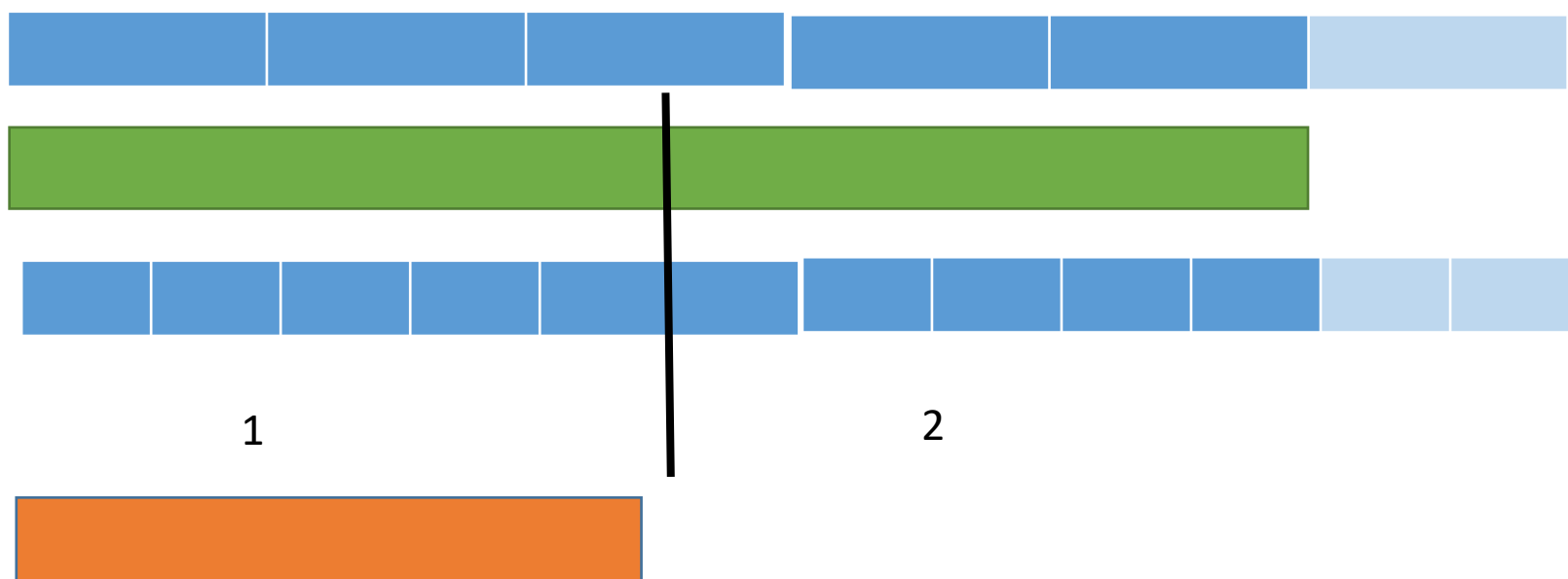


OPERACIONES: División



Argumenta desde el modelo de medida, sin necesidad de cuentas, porque:

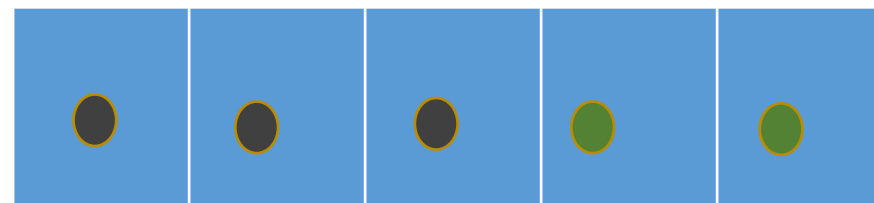
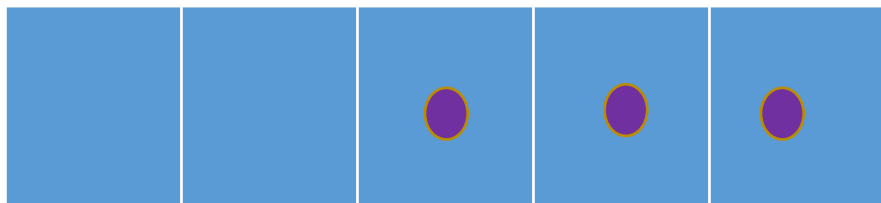
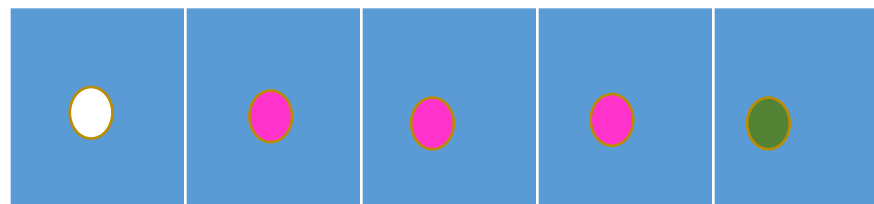
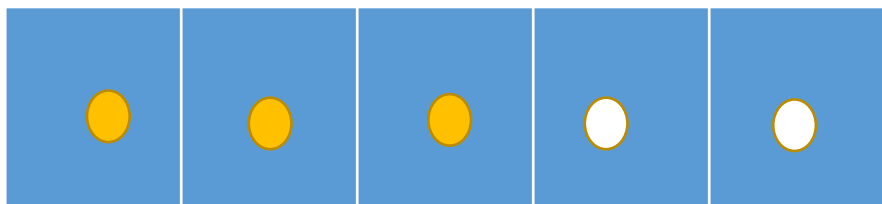
$$(b) \frac{5}{3} : 2 = \frac{5}{6}$$



OPERACIONES: División



Tengo 4 pasteles. Quiero dar tres quintos de pastel a cada niño. ¿A cuántos niños puedo dar? ¿qué me sobra?

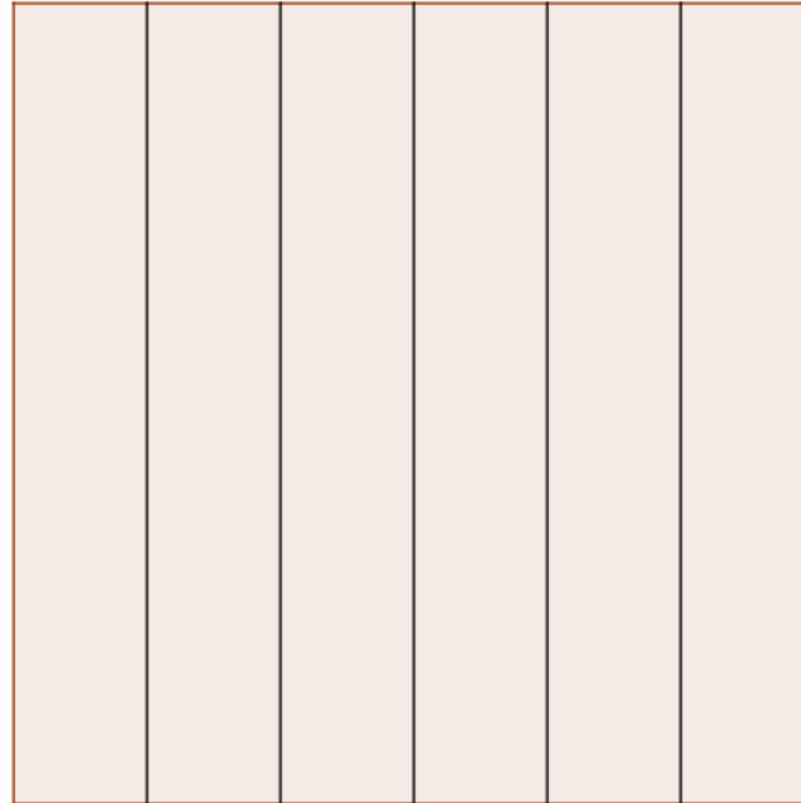
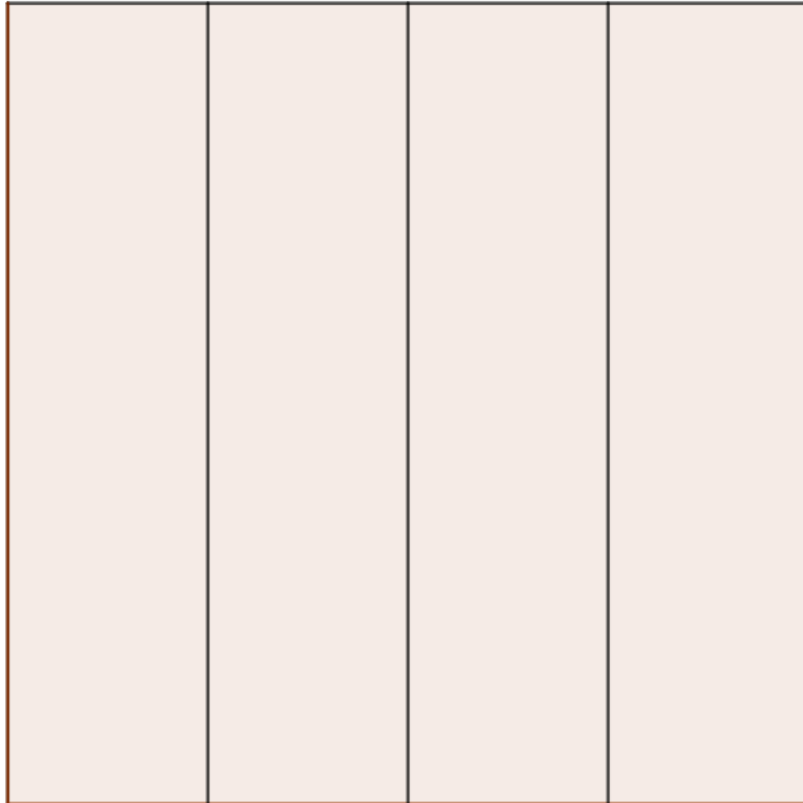


Densidad

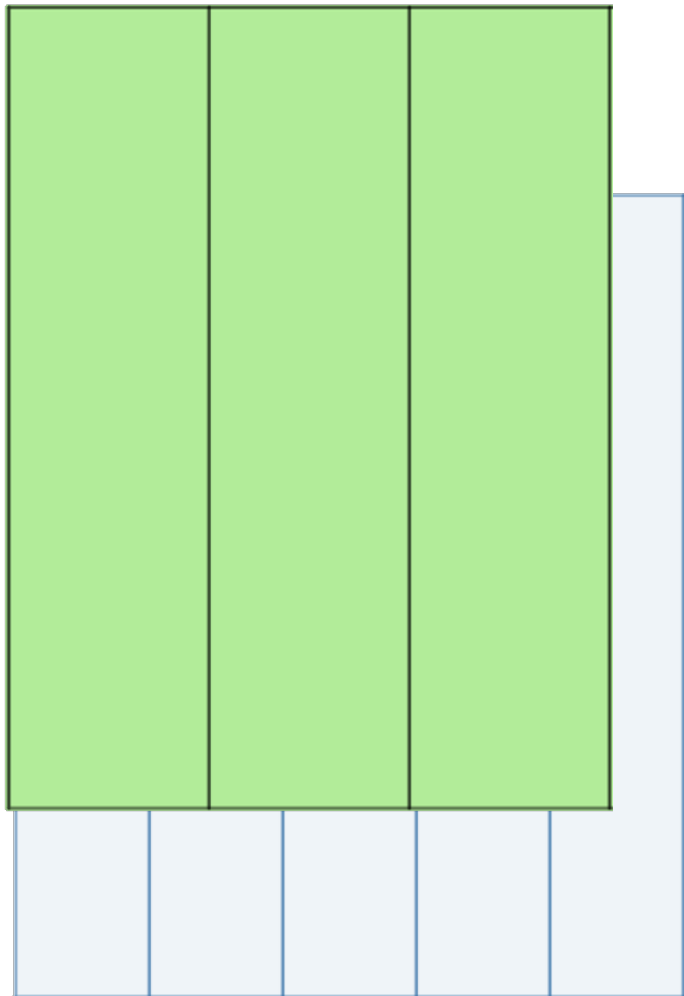


Rubén tiene dos telas para cubrir un cuadro, una mide $\frac{3}{4} \text{ m}^2$ y la otra mide $\frac{5}{6} \text{ m}^2$. Pero una le viene corta y la otra le parece grande. Quiere conseguir una tela cuya medida sea intermedia a las dos que tiene. Propón dos medidas expresadas en forma de fracción para la tela que quiere buscar.

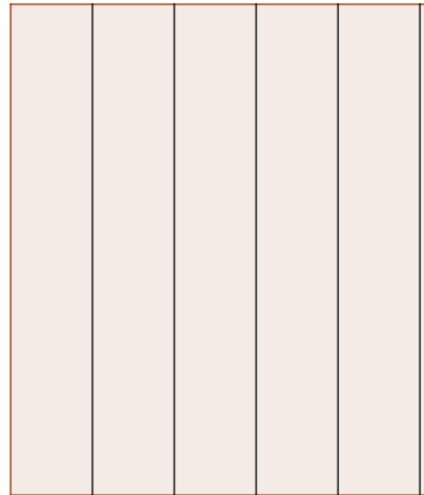
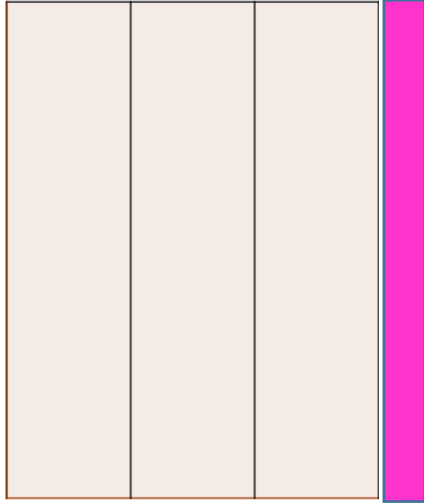
Densidad



Densidad

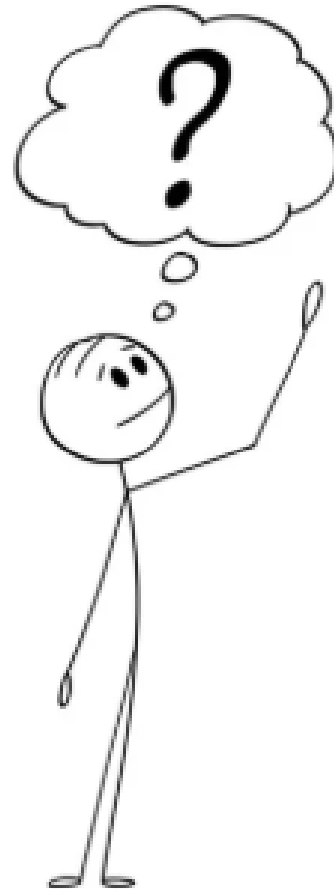
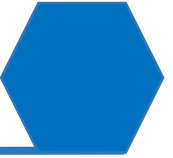


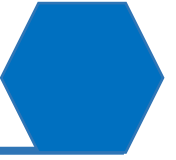
Densidad



¿qué tamaño de pieza busco, que quepa a la vez en las dos y me cree una superficie que no cubra por completo la diferencia que hay entre ellas?

SITUACIONES DE APRENDIZAJE





Currículo

- Resolución de problemas
- Razonamiento y Prueba
- Conexiones
- Comunicación y representación
- Destrezas socioafectivas

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



1ºESO



2ºESO



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



Rafael Escolano Vizcarra

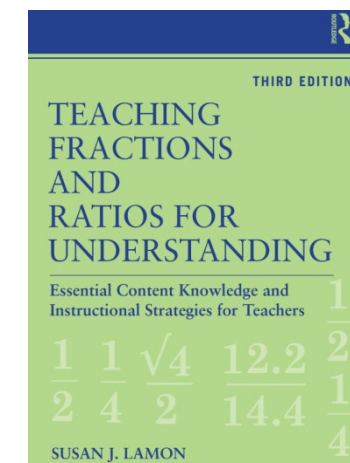
Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde modelos de medida y cociente



MONTERO, E., CALLEJO, M. L., & VALLS, J. Anticipación de estrategias de resolución de problemas de división-medida con fracciones mediante una progresión de aprendizaje. Relime [online]. 2022, vol. 25, n. 3.

RAZONAMIENTO *UP* and *DOWN*:
¿RECONOCEN LOS ESTUDIANTES PARA MAESTRO EVIDENCIAS DE SU DESARROLLO?¹

Àngela Buform
angela.buform@ua.es
Ceneida Fernández
ceneida.fernandez@ua.es
Salvador Llinares
sllinares@ua.es
Universidad de Alicante, España





1ºESO

TáF20

2ºESO

TáF20



1ª PARTE

- **Medir** una tira
- Representación gráfica y simbólica de lo que hacemos
- **Construir** un tira dada su medida
- **Equivalencias** (orden, densidad, amplificar, simplificar)
- ***Up and down*** (magnitudes varias)
- Problemas que se resuelven **sin operaciones aritméticas**
- ***Sentido numérico***

2ª PARTE

- **Operaciones** aritméticas
- ***Up and down*** (magnitudes varias)
- Problemas que se resuelven con y sin operaciones aritméticas
- ***Invención de problemas***
- ***Sentido numérico***

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



1ª PARTE

Tª hKIE

7

(6)

PRUEBA ESCRITA 1

2ª PARTE

Tª hKIE

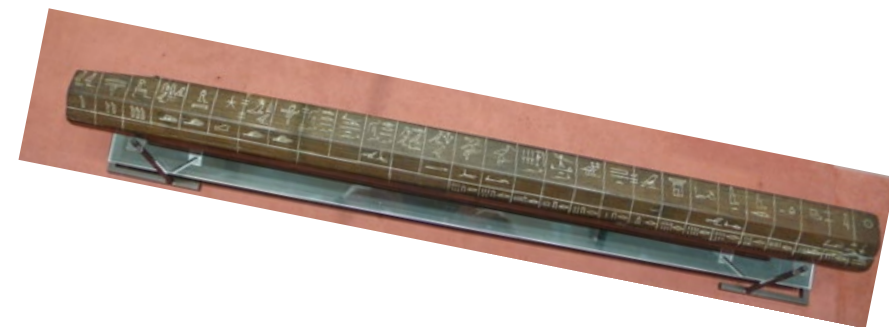
5

(4)

PRUEBA ESCRITA 2

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

¿Qué es medir?



BU

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



- Ejercicio 1: Medida de una tira de papiro de 3 bu.
- Ejercicio 2: Medida de una tira de papiro de $\frac{5}{2}$ bu.
- Ejercicio 3: Medida de una tira de papiro de $\frac{7}{4}$ bu.
- Ejercicio 4: Medida de una tira de papiro de $\frac{7}{3}$ bu.
- Ejercicio 5: Medida de una tira de papiro de $\frac{5}{6}$ bu.



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



1 Bu



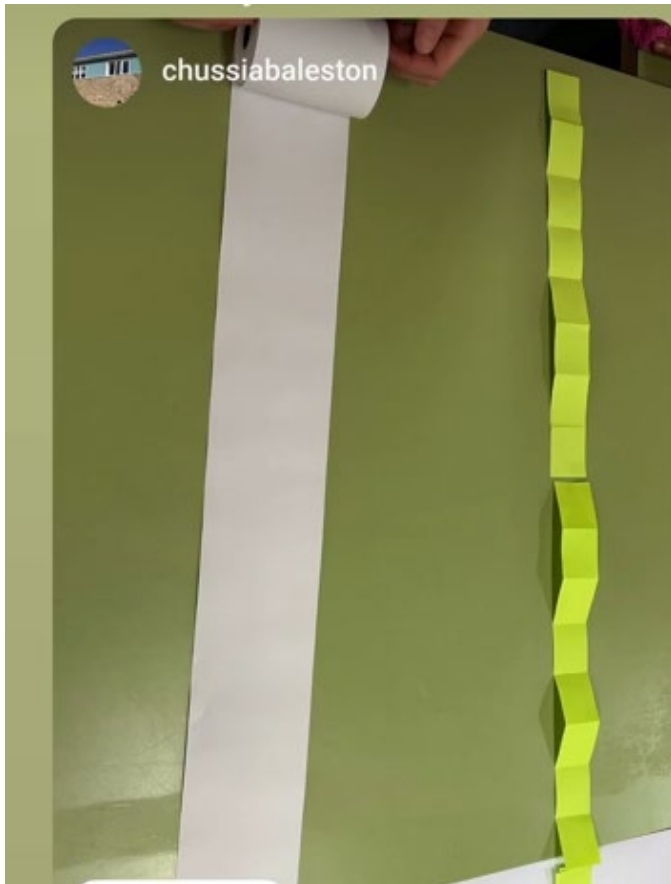
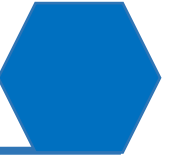
Papiro 7



Resultado: El papiro número 7 mide: Bu

(4) Si quiero medir un papiro de $\frac{13}{4}$ de Bu, tengo que dividir la unidad (El Bu) en.....partes..... y necesitaréde esas partes.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



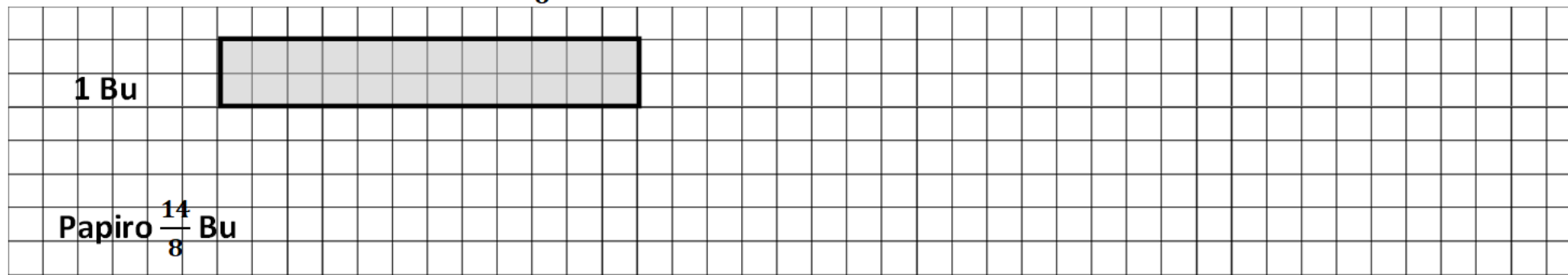
CONSTRUIR UN PAPIRO CON UNA MEDIDA CONCRETA



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



PAPIRO QUE MIDA EXACTAMENTE $\frac{14}{8}$



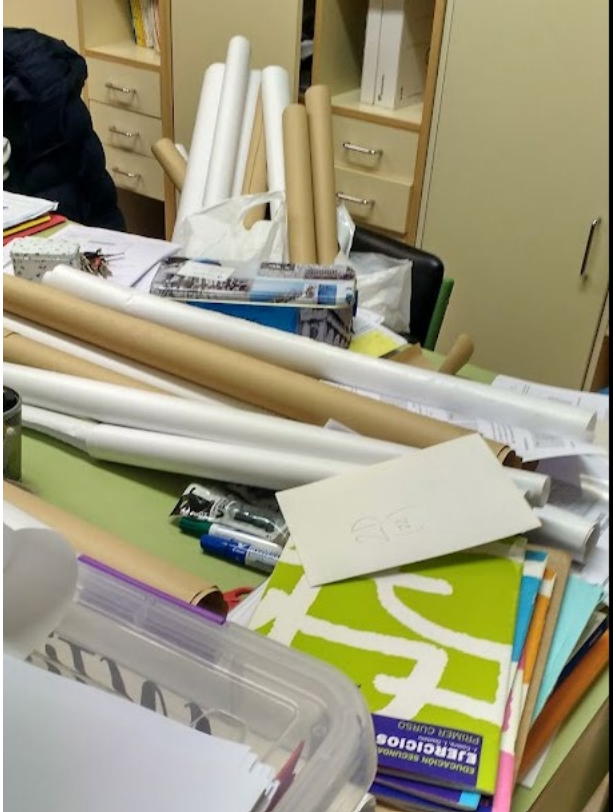
A

$$\frac{14}{8} bu \quad \frac{15}{6} bu$$

B

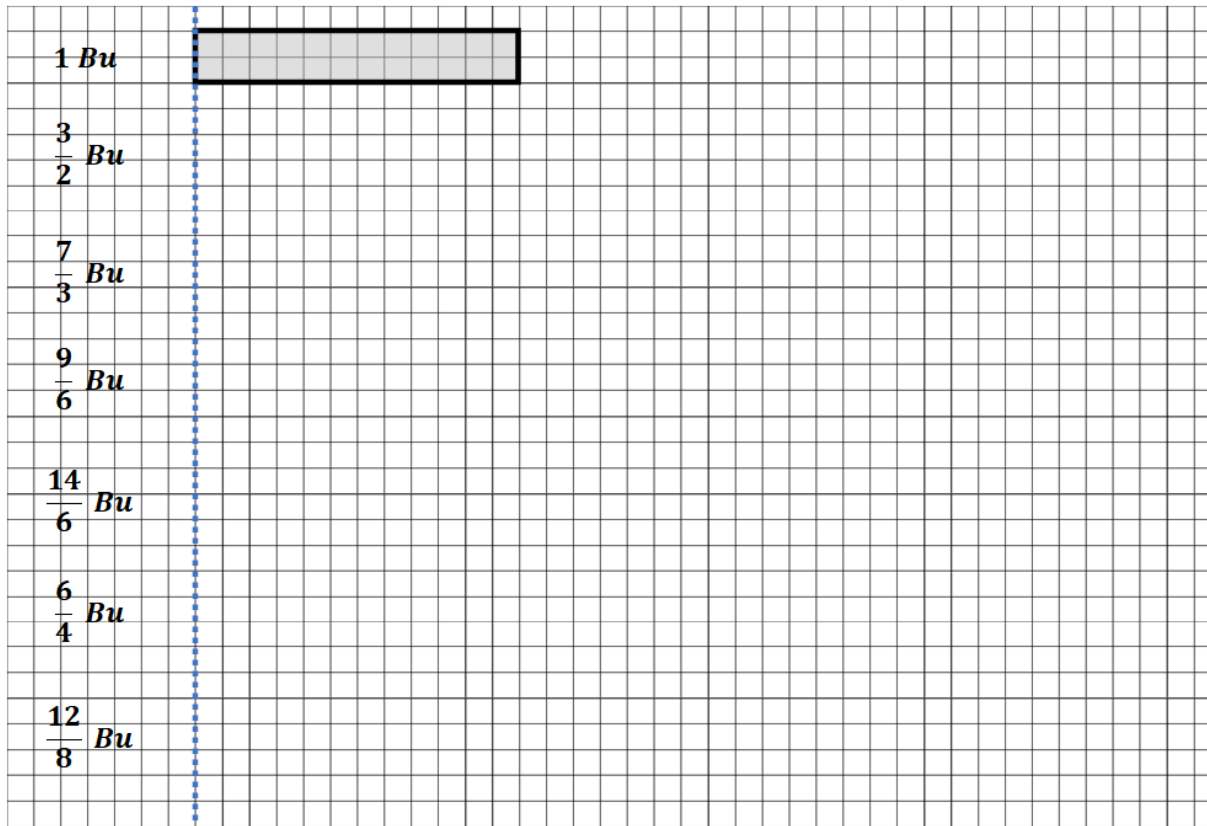
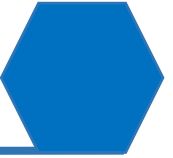
$$\frac{20}{8} bu \quad \frac{14}{6} bu$$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



2º ESO CONSTRUCCIÓN CON SUPERFICIE

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



Agrupar las que representan la misma longitud

Inventa una regla para proponer fracciones que indiquen la misma cantidad que una fracción dada. Por ejemplo, inventa una regla para dar fracciones que indiquen la misma cantidad que $\frac{5}{3} \text{ bu}$.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



Amplifica :

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{20}{16}$$

5 piezas de tamaño 1/4

10 piezas de tamaño 1/8

20 piezas de tamaño 1/16

$$\frac{50}{40}$$

50 piezas de tamaño 1/40

$$\frac{24}{36}$$

Simplifica :

$$\frac{50 : 5}{40 : 5} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{50 : 10}{40 : 10} = \frac{5}{4}$$

5 piezas de tamaño 1/4

Hemos agrupado las 40 piezas del BU de diez en diez

$$\frac{24 : 6}{36 : 6} = \frac{4}{6}$$

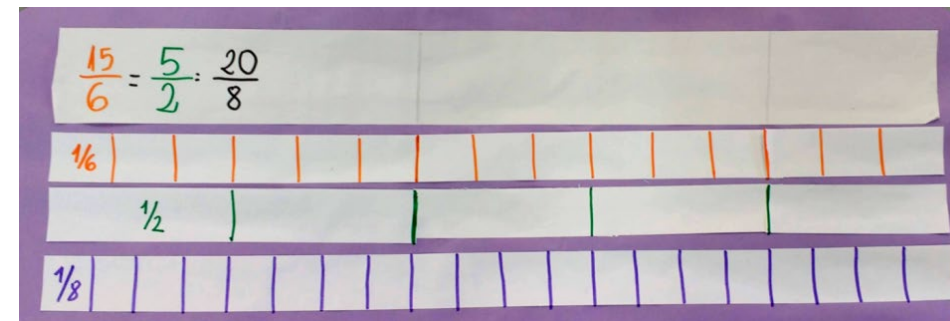
$$\frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$$

Simplifica mas rápido:

USAMOS LA DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL Y LOS DIVISORES COMUNES

$$\frac{50}{40} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[2.5] ¿A qué papiro se parece más uno que mide $\frac{2}{7}$ Bu?

- a) A un papiro de un Bu.
- b) A un papiro de medio Bu.
- c) A un papiro de tercio de Bu.
- d) Imposible saberlo sin hacer cuentas.

[2.6] Si tengo un papiro que mide $\frac{6}{7}$ Bu y otro que mide $\frac{6}{8}$ Bu...

- a) ... son igual de largos
- b) ... es más largo el de $\frac{6}{7}$ Bu.
- c) es más largo el de $\frac{6}{8}$ Bu.
- d) ... es imposible saber cuál es más largo.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[3] Responde a las siguientes cuestiones sin hacer cuentas:

[3.1] Ordena de más corta a más larga las medidas de los siguientes papiros, explica tu respuesta:

$$\frac{3}{4} Bu, \quad \frac{7}{4} Bu, \quad \frac{6}{4} Bu$$

[3.2] Ordena de más corta a más larga las medidas de los siguientes papiros, explica tu respuesta:

$$\frac{3}{4} Bu, \quad \frac{3}{7} Bu, \quad \frac{3}{5} Bu$$

[3.2] Ordena de más corta a más larga las medidas de los siguientes papiros, explica tu respuesta:

$$\frac{3}{7} Bu, \quad \frac{11}{6} Bu, \quad \frac{6}{5} Bu$$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



OBSERVA: Si las fracciones están medidas en el mismo tipo de piezas (todas en cuartos, o todas en tercios, ...) es muy fácil decidir qué fracción representa una cantidad mayor: será mayor la fracción que utilice más piezas. Es decir, si dos fracciones tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene un mayor numerador.

[4] Observa la siguiente técnica para comparar fracciones y completa los huecos que faltan:

Queremos comparar dos papiros de $\frac{5}{3}$ Bu y de $\frac{3}{2}$ Bu. Como no sabemos decidir cuál es mayor buscamos fracciones que midan lo mismo que esas, es decir, fracciones _____, pero que tengan el mismo _____.

$$\frac{3}{2} \text{ Bu} = \frac{\quad}{6} \text{ Bu}, \quad \frac{5}{3} \text{ Bu} = \frac{\quad}{6},$$

Por tanto, es más largo el papiro de _____ Bu, que el de _____ Bu.

El número que hemos usado para poner el mismo denominador (el 6 de las fracciones anteriores) es a la vez _____ de 2 y _____ de 3, por tanto, es un _____ común de 2 y 3.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



Sesión 6: up and down

[1] El siguiente papiro mide $\frac{5}{3}$ Bu.

--	--	--	--	--

a) Dibuja 1 Bu.

b) Ahora, dibuja un papiro de $\frac{3}{4}$ Bu.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

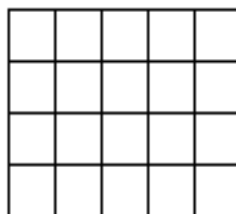


Sesión 6: up and down

[2] Esta cuadrícula muestra lo que cabe en un recipiente de pintura. La parte sombreada representa $\frac{5}{2}$ litros de pintura.



a) ¿Cuál sería la representación gráfica de 1 litro?

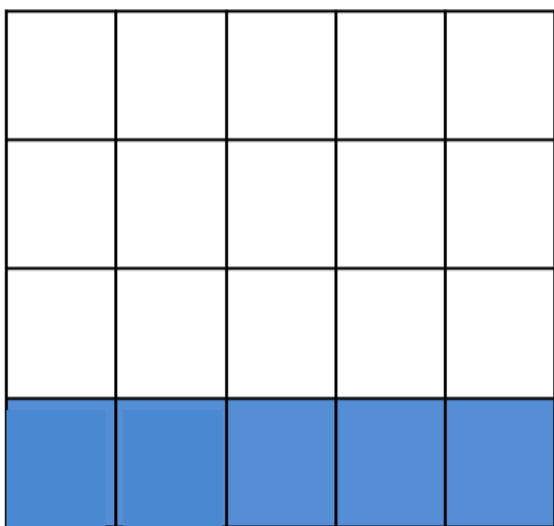


b) ¿Cuántos litros caben en el recipiente?



FRACCIONES...

MUCHO MAS QUE PAPIROS Y Bu'S



Depósito de agua.

La parte azul es la cantidad de
agua que queda :son $\frac{5}{2}$ de litro.



FRACCIONES...

MUCHO MAS QUE PAPIROS Y Bu'S

Y va de longitudes.....



El gráfico entero representa la distancia total a recorrer

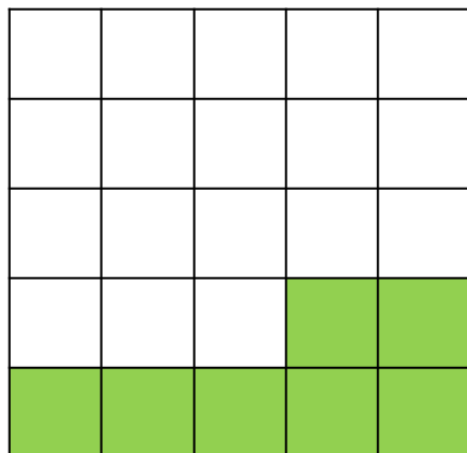
La parte sombreada representa $\frac{5}{15}$ de Km

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



FRACCIONES...

MUCHO MAS QUE PAPIROS Y Bu'S



El gráfico entero representa el peso total de arcilla que se necesita para una escultura



La parte sombreada representa $\frac{7}{10}$ de Kilo

¿Cómo se representa 1 kilo?

¿Cuántos kilos pesará la escultura cuando esté terminada si usamos toda la arcilla?

¿Cuántos kilos pesará la escultura cuando esté terminada si usamos solo $\frac{2}{5}$ del total? . Representa esta parte del total.



2ºESO

Documento construcción de la unidad

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

EMPRESA A

$$2 U_a^2$$



EMPRESA B

$$\frac{1}{2} U_b^2$$



EMPRESA E

$$\frac{6}{5} U_e^2$$



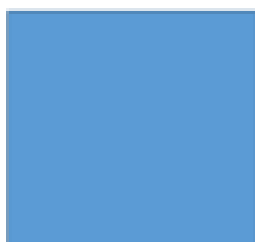
2ºESO

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



EMPRESA A

$$2 U_a^2$$



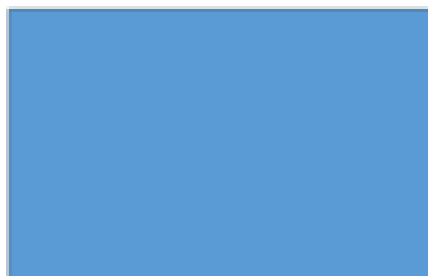
EMPRESA B

$$\frac{1}{2} U_b^2$$



EMPRESA E

$$\frac{6}{5} U_e^2$$



SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Sesión 3: BUSCANDO LA UNIDAD

Nombre y apellidos: LUCÍA MONTEAG Fecha: 26/10/2019

[1] Se quiere hacer un cartel publicitario rectangular para el instituto, y se encarga un diseño inicial a 5 empresas de diseño y marketing para elegir luego el boceto que más guste. Cada empresa trabaja con una unidad de área diferente, pero todos han presentado un diseño del tamaño (a escala) como el que ves en la imagen.

Vuestra tarea es a partir del lienzo-boceto, averiguar la unidad de medida de cada empresa y pegarla en su lugar (podéis usar para recortar la ficha auxiliar que os proporciono)

Pilar Lorengar
INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA Y BACHILLERATO
ZARAGOZA

EMPRESA A

$2 \cdot U_a^2$

EMPRESA B

$\frac{1}{2} \cdot U_b^2$

EMPRESA C

$\frac{3}{5} U_c^2$

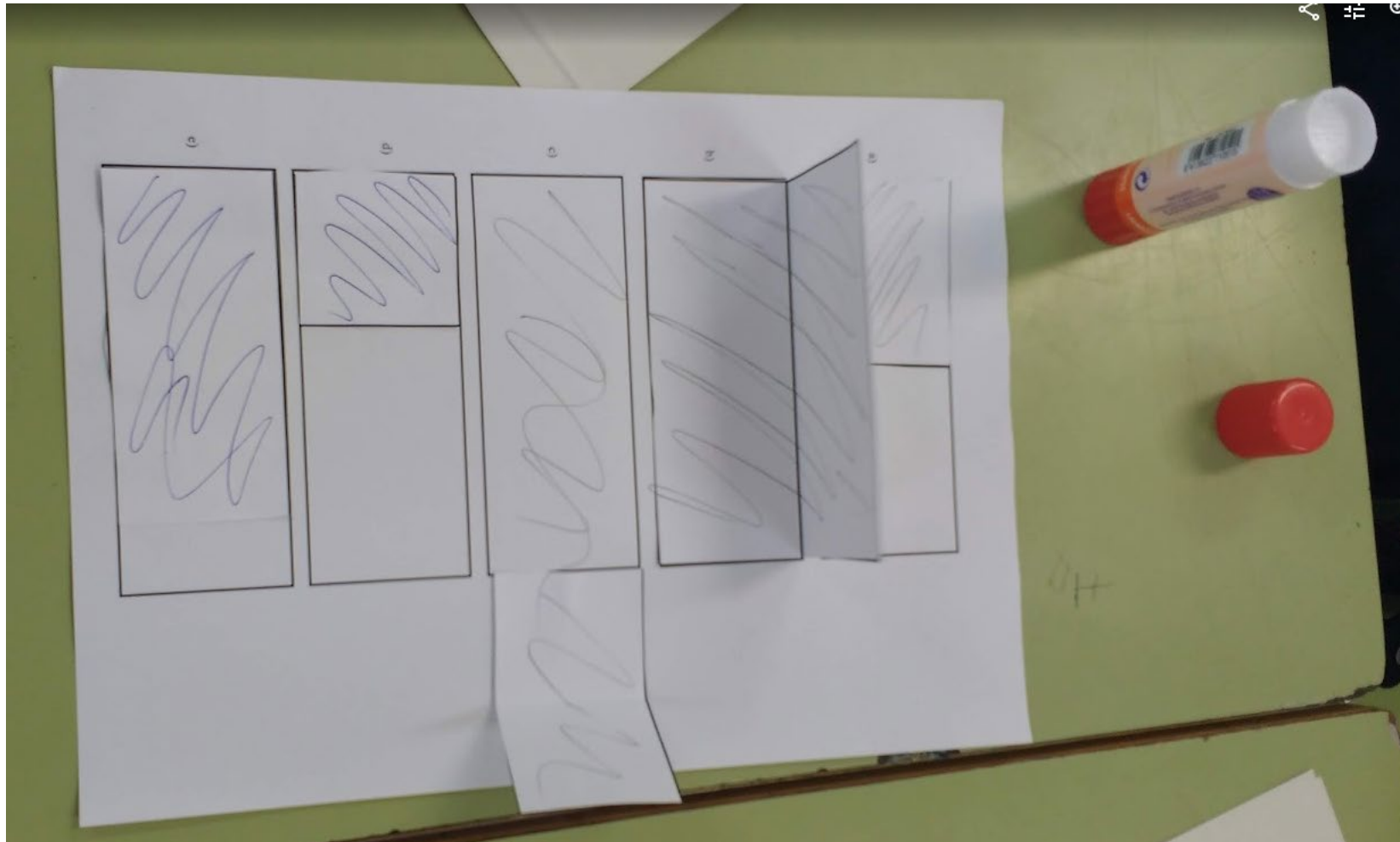
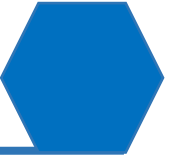
EMPRESA D

$\frac{8}{3} U_d^2$

EMPRESA E

$\frac{6}{5} U_e^2$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



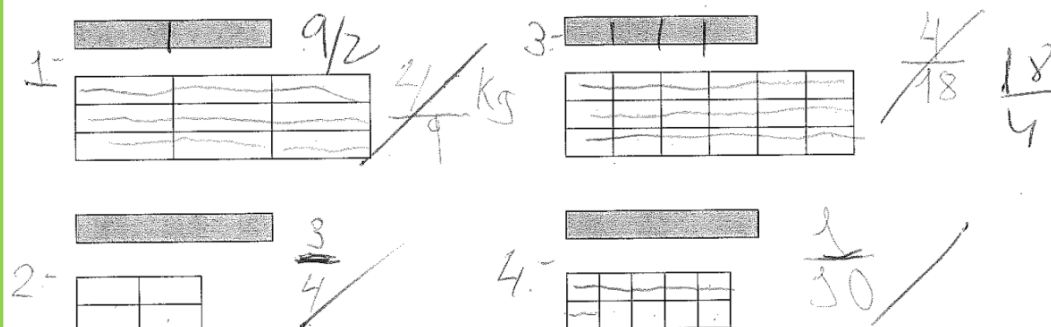


- Medir una tira
- Representación gráfica y simbólica de lo que hacemos
- Construir un tira dada su medida
- Equivalencias (orden, densidad, amplificar, simplificar)
- *Up and down* (magnitudes varias)
- Problemas que se resuelven sin operaciones aritméticas
- *Sentido numérico*

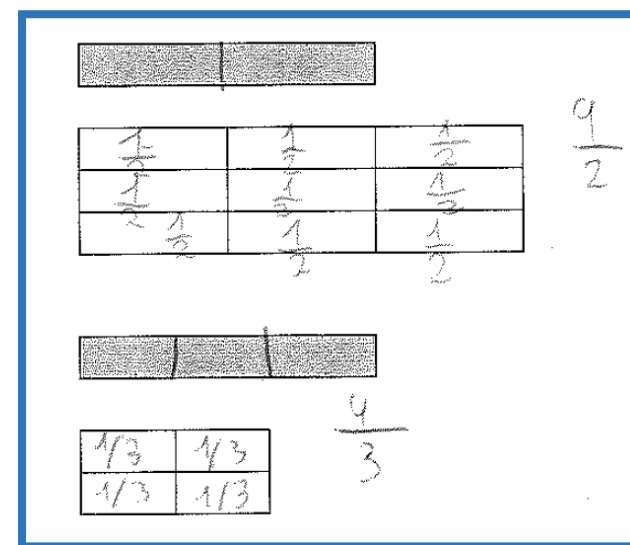
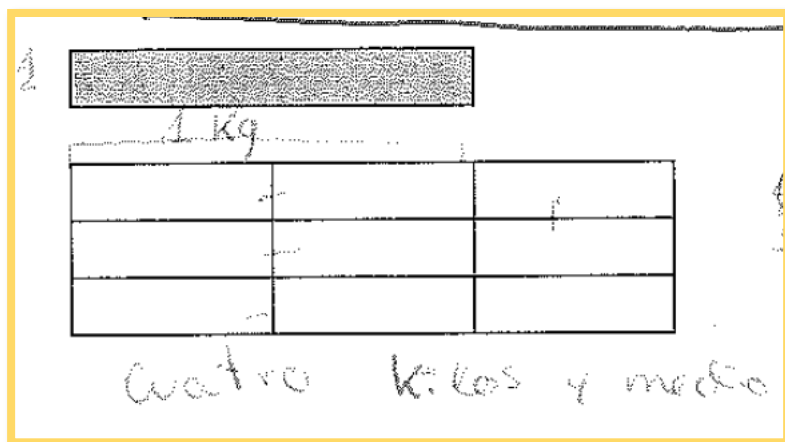
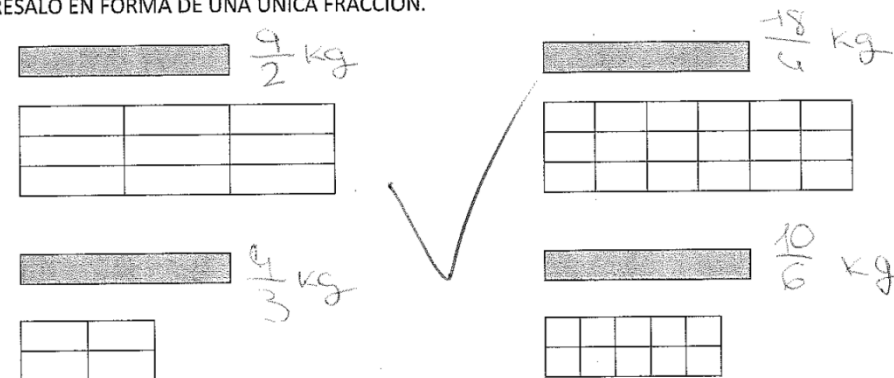
1ª PRUEBA ESCRITA

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

[1] Sabiendo que el dibujo gris representa 1kg, encuentra qué peso representa cada uno de los dibujos en blanco. EXPRÉSALO EN FORMA DE UNA ÚNICA FRACCIÓN.

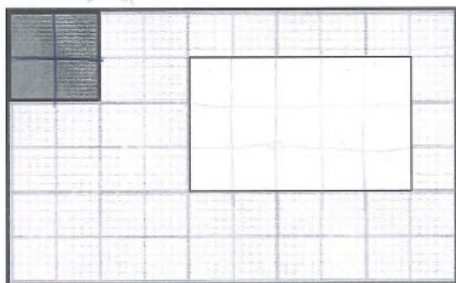


[1] Sabiendo que el dibujo gris representa 1kg, encuentra qué peso representa cada uno de los dibujos en blanco. EXPRÉSALO EN FORMA DE UNA ÚNICA FRACCIÓN.

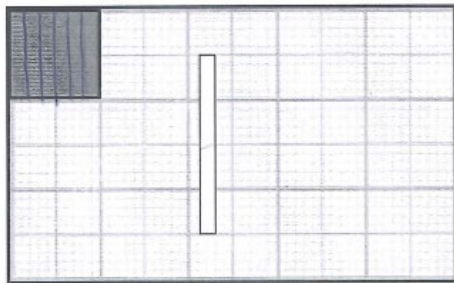


SITUACIONES DE APRENDIZAJE

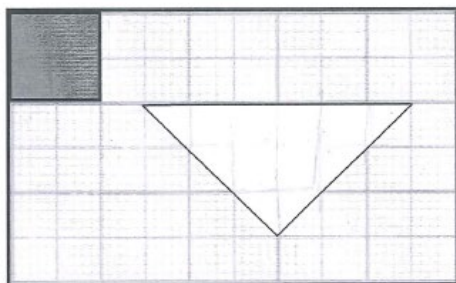
[1] (1 p) Sabiendo que el dibujo gris representa 1kg, encuentra qué peso representa cada uno de los dibujos en blanco. EXPRÉSALO EN FORMA DE UNA ÚNICA FRACCIÓN.



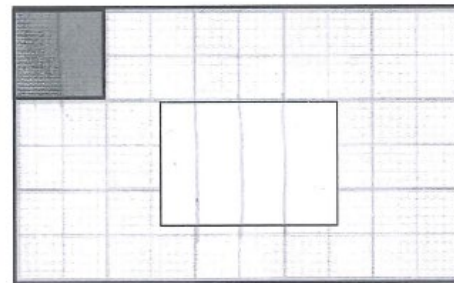
$\frac{15}{4} \text{ kg}$



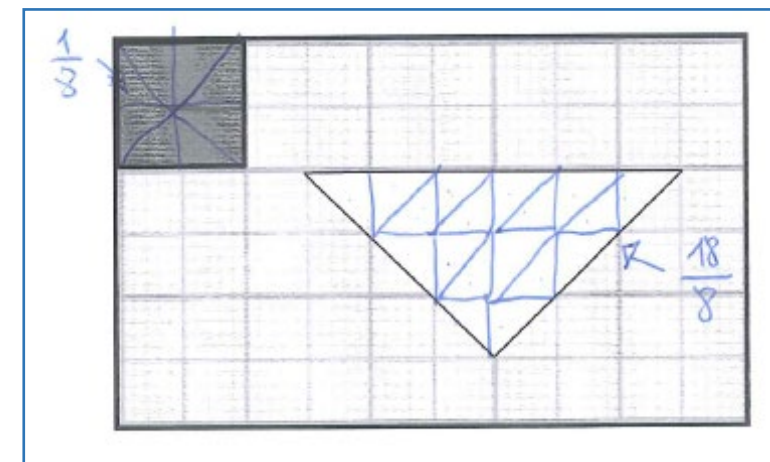
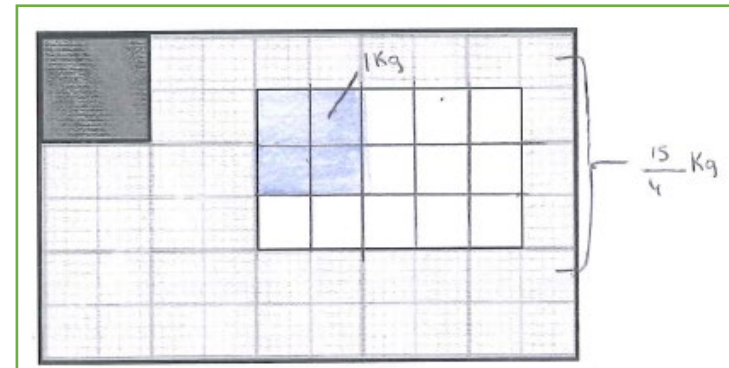
$\frac{2}{6} \text{ kg}$



$\frac{3}{6} \text{ kg}$



$\frac{3}{4} \text{ kg}$



2ºESO

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

[2.2] Dadas las fracciones $\frac{175}{53}$ $\frac{91}{101}$ $\frac{43}{41}$, el orden correcto es...

a) ... $\frac{175}{53} < \frac{91}{101} < \frac{43}{41}$.

b) ... $\frac{91}{101} < \frac{43}{41} < \frac{175}{53}$.

c) ... $\frac{91}{101} < \frac{175}{53} < \frac{43}{41}$.

d) ... $\frac{43}{41} < \frac{91}{101} < \frac{175}{53}$.

1ºESO

[3.4] ¿Cuánta superficie podremos cubrir aproximadamente con dos telas una a continuación de otra que miden $\frac{287}{71}m^2$ una de ellas, y la otra

$\frac{26}{55}m^2$?

a) aproximadamente $4m^2$

b) aproximadamente $4,5m^2$

c) aproximadamente $5m^2$.

d) Imposible saberlo sin hacer cuentas.

Porque $\frac{287}{71}$ son

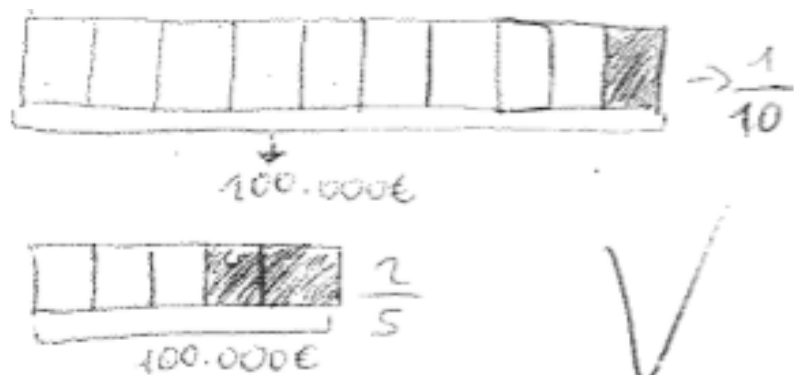
aproximadamente 4.

y $\frac{26}{55}$ son más o menos 1

2ºESO

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

[3] Un pequeño ayuntamiento tiene un presupuesto de 100.000 €. El alcalde ha dicho que va a dedicar $\frac{1}{10}$ del dinero a asuntos sociales y $\frac{2}{5}$ del dinero a educación. ¿Cuánto dinero dedicará a los asuntos sociales? ¿Cuánto dinero dedicará a educación?



$$100.000 : 10 = 10.000 \text{€ cada } \frac{1}{10} \text{€}$$

$$100.000 : 5 = 20.000 \text{€ cada } \frac{1}{5} \text{€}$$

$$20.000 \cdot 2 = 40.000 \text{€} \rightarrow \frac{2}{5}$$

Δ los asuntos sociales dedicará 10.000€ y a la educación dedicará 40.000€

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



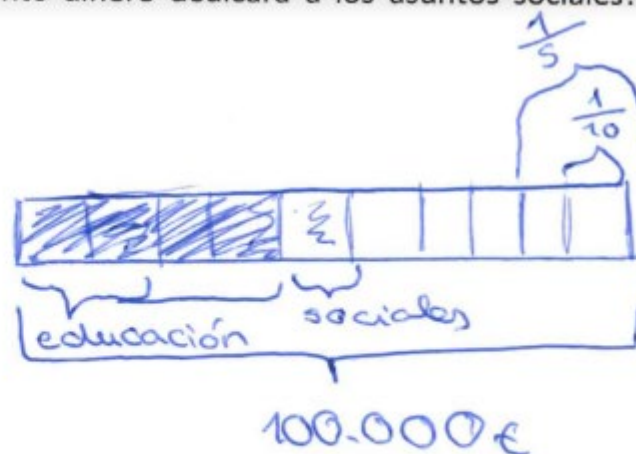
[3] Un pequeño ayuntamiento tiene un presupuesto de 100.000 €. El alcalde ha dicho que va a dedicar $\frac{1}{10}$ del dinero a asuntos sociales y $\frac{2}{5}$ del dinero a educación. ¿Cuánto dinero dedicará a los asuntos sociales? ¿Cuánto dinero dedicará a educación?

$$\bullet \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\bullet 100.000 : 10 = 1.000$$

$$\bullet 1.000 \times 4 = 4.000 \text{ € para educación}$$

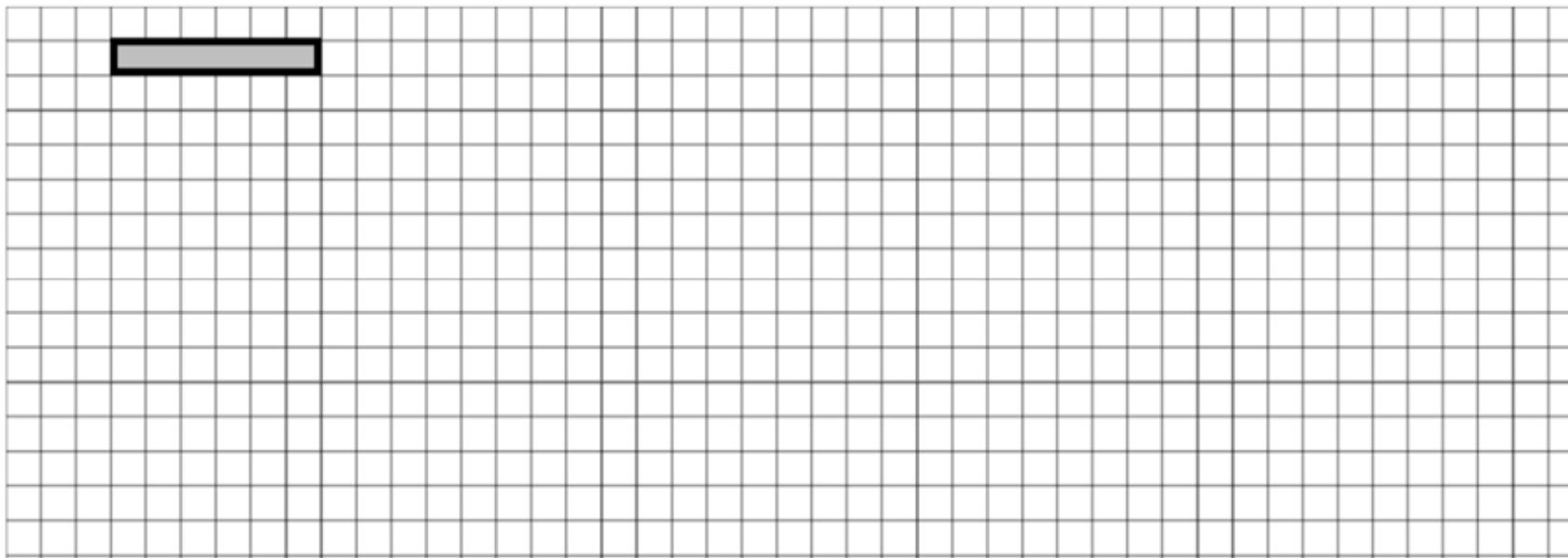
$$\bullet 1.000 \times 1 = 1.000 \text{ € para sociales}$$



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[9] La siguiente barra representa una longitud de $\frac{3}{4} km$.



- a) Haz la representación gráfica de una carrera en la que hay que recorrer $\frac{9}{4} km$. Píntala en rojo.
- b) Haz la representación gráfica de una carrera en la que hay que recorrer $\frac{5}{2} km$. Píntala en azul.
- c) Haz la representación gráfica de una carrera en la que hay que recorrer $\frac{11}{8} km$. Píntala en negro.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[9] La siguiente barra representa una longitud de $\frac{3}{4} km$.

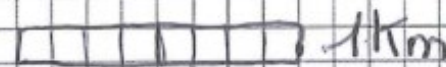
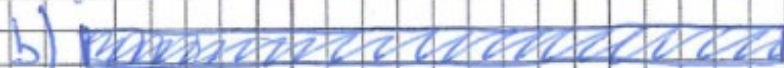
$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{4}$



1km

$\frac{3}{4}$

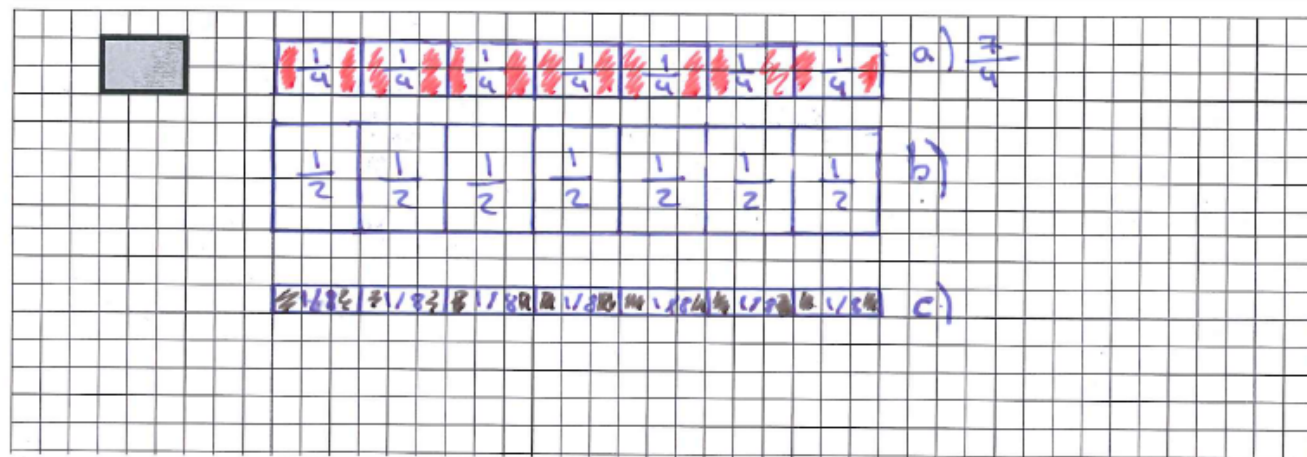


1km

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

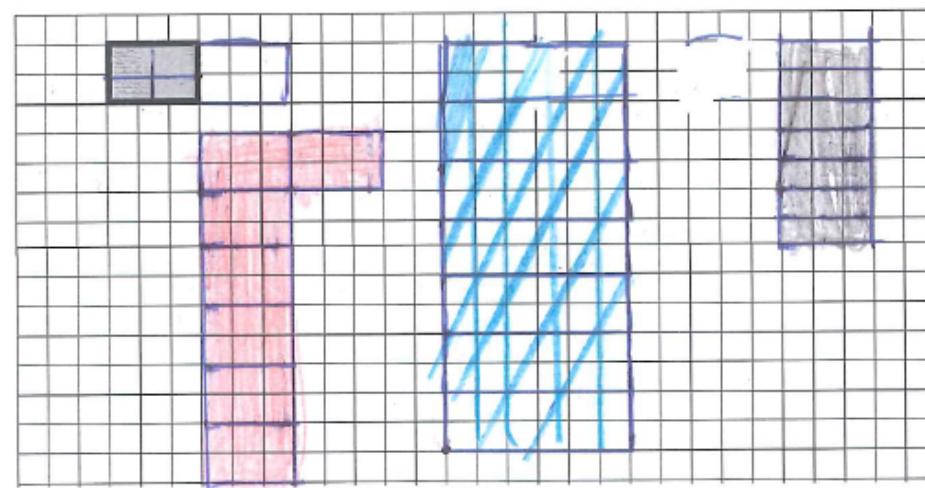


[9] (1,2 p) El cuadro gris representa una superficie de $\frac{1}{4} km^2$.

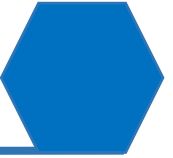


- a) Haz la representación gráfica de una superficie que mida $\frac{7}{4} km^2$. Píntala en rojo. **a**
- b) Haz la representación gráfica de una superficie que mida $\frac{7}{2} km^2$. Píntala en azul. **b**
- c) Haz la representación gráfica de una superficie que mida $\frac{7}{8} km^2$. Píntala en negro. **c**

[9] (1,2 p) El cuadro gris representa una superficie de $\frac{1}{4} km^2$.



SITUACIONES DE APRENDIZAJE

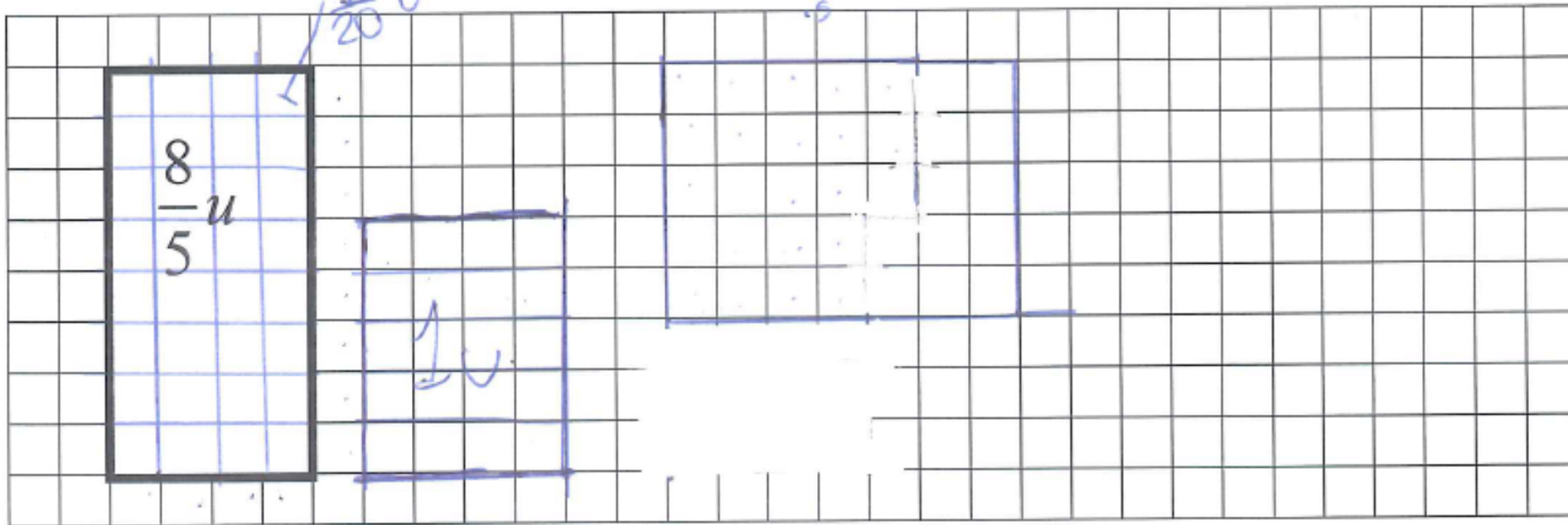


[2] (1 p) La siguiente figura gris representa una superficie que mide $\frac{8}{5}u$

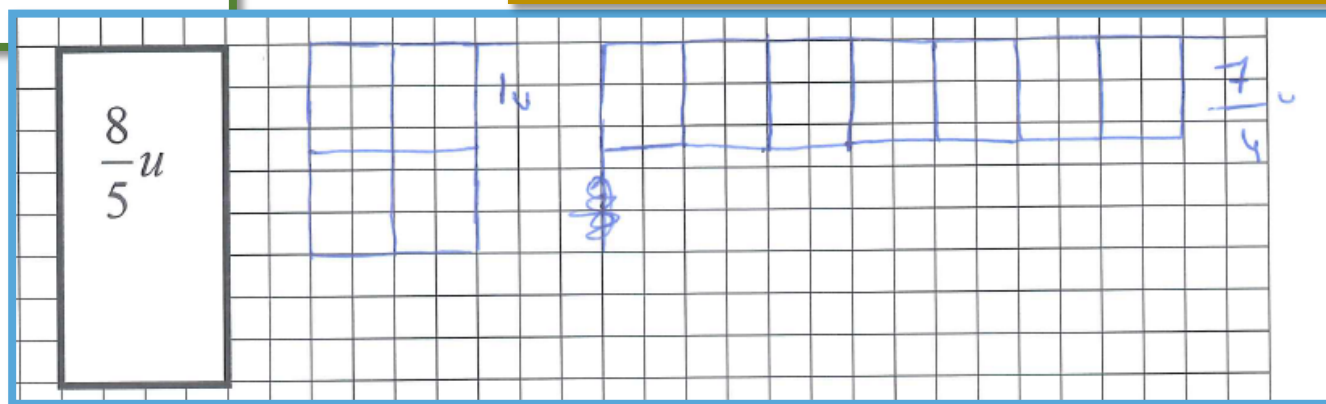
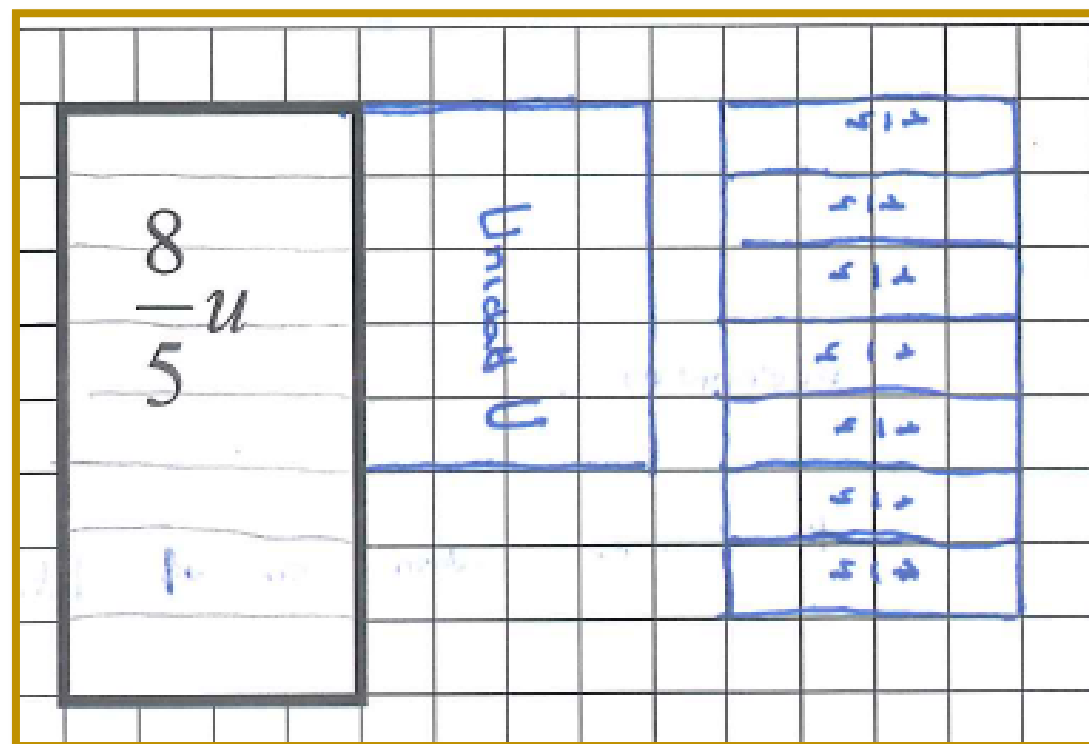
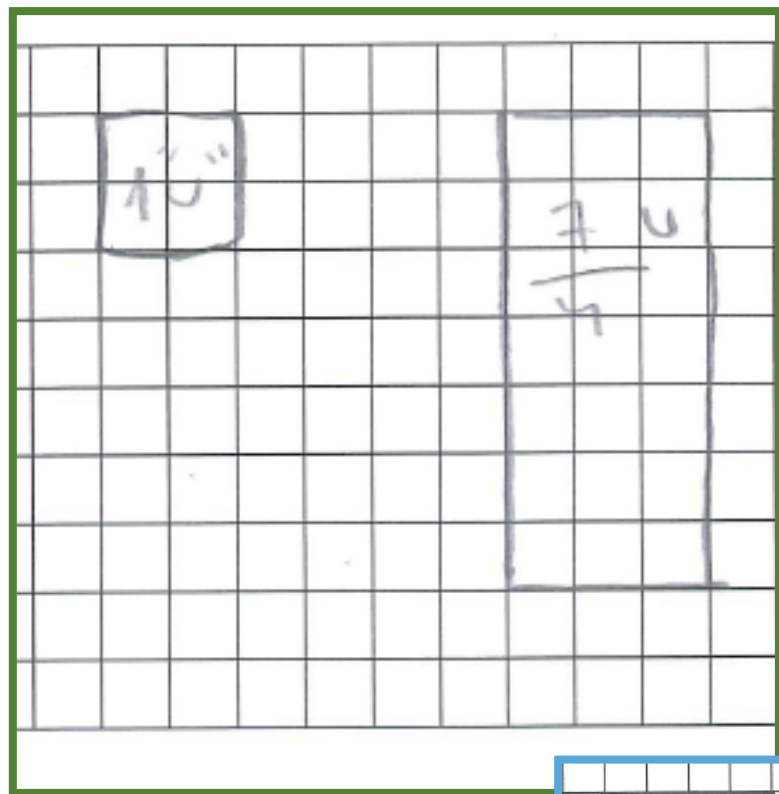
2ºESO

(a) Representa la unidad "u"

(b) Construye un rectángulo que mida $\frac{7}{4}u$



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



2ºESO



2ª PARTE

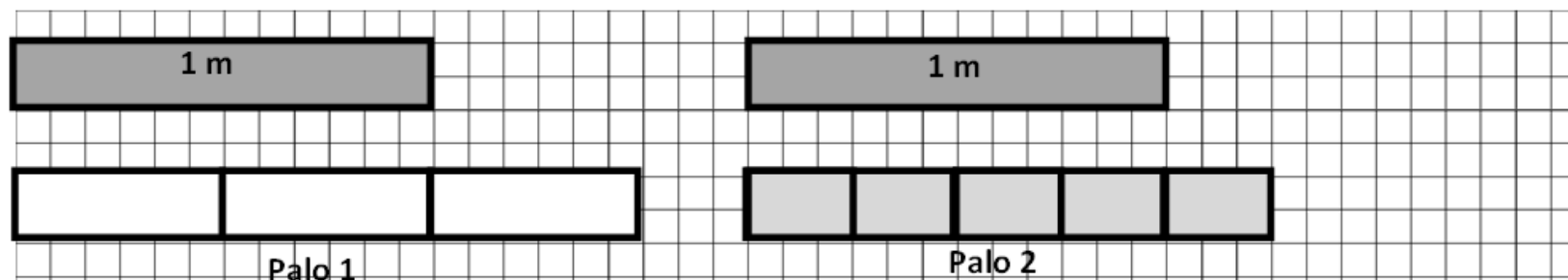
OPERACIONES

INVENCION DE PROBLEMAS

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

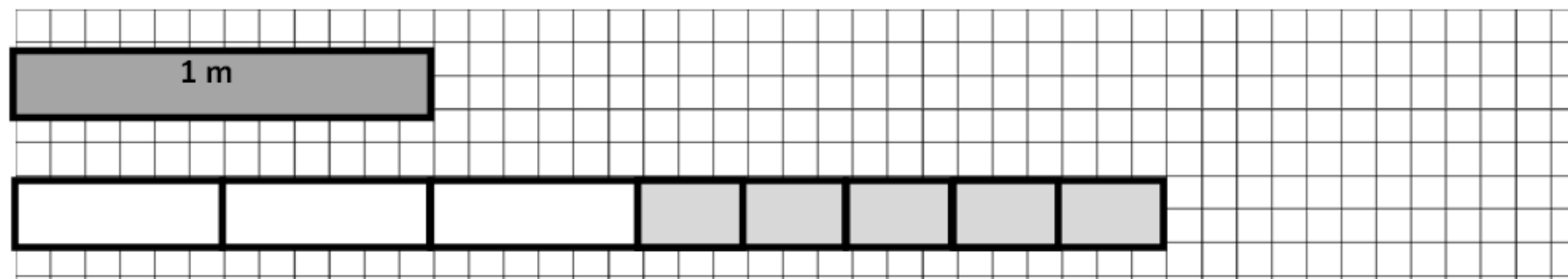


En el siguiente gráfico las tiras oscuras representan la unidad de medida. En este caso hemos pensado que la unidad de medida es un metro. El gráfico blanco y el gris claro representan dos palos.



[1] Completa:

El palo 1 mide ____ m mientras que el palo 2 mide ____ m.



Ahora unimos los dos palos, el palo resultante medirá el resultado de la operación

Suma
Resta

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



FORMALIZAMOS ESTE PROCESO:

Para sumar fracciones, expresamos todas las fracciones usando el mismo tipo de piezas, es decir, poniendo el mismo _____ en todas ellas. Y después sumamos los _____.

Al proceso anterior se le llama PONER _____ DENOMINADOR. Y es el mismo que usamos para comparar y ordenar fracciones. Si no está claro cuál es el denominador común, se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores.

[2] Inventa un problema (realista) que se resuelva sumando las siguientes cantidades $\frac{2}{3}$ km, $\frac{4}{5}$ km. Resuélvelo.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[3.2] Si juntamos $\frac{101}{50} kg$ de harina con $\frac{3}{7} kg$ de harina, el resultado pesará aproximadamente...

a) ... 3 kg.

b) ... 1 kg.

c) ... 2 kg.

d) ... 2 kg y medio.

(a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - \frac{3}{10} =$

(b) $3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} =$

[3] Anayet, Beatriz y Carlos tienen tiras de lazos para adornar regalos. Anayet tiene $\frac{3}{4}$ de metro menos que

Carlos y éste $\frac{1}{2}$ m menos que Beatriz. ¿Quién tiene más cantidad de lazo? ¿Cuánto hay de diferencia entre el que tiene mayor cantidad y el que tiene menor cantidad?

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

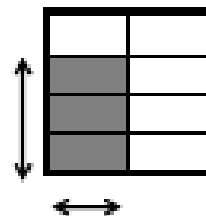


Sesión 10: MULTIPLICAMOS FRACCIONES

Nombre y apellidos: _____

Fecha: _____

Este cuadrado es la representación de 1m^2 ; es decir, un cuadrado que mide 1m por cada lado. La parte sombreada es un rectángulo, que mide $\frac{\square}{\square}$ de metro de base y $\frac{\square}{\square}$ de metro de altura.



Calculamos el área del rectángulo de dos maneras:

(A) ¿Qué parte del m^2 ocupa el rectángulo? $\frac{\square}{\square}$

(B) Multiplico la medida de su base por la medida de su altura su altura $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$

Observamos que el numerador de la fracción de (A) coincide con el producto de los numeradores de las fracciones multiplicadas en (B), y que lo mismo sucede con los denominadores.

Para multiplicar fracciones, multiplicamos los numeradores entre ellos obteniendo un nuevo _____ y multiplicamos los denominadores entre ellos, obteniendo un nuevo _____.

Multiplicación

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[4] Inventa un problema realista con los números 15 y $\frac{2}{3}$, en el que haya que multiplicar esas cantidades y que la unidad a la que se refieran sean litros.

[2] Multiplico con multi

[2.1] $\frac{6}{30} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{14}{7} =$

[2.2] $\frac{45}{48} \cdot \frac{100}{27} =$

[5] Completa lo que falta:

[5.1] $\frac{2}{3} \cdot \frac{\boxed{}}{5} = \frac{14}{15}$

[5.2] $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{\boxed{}} = \frac{2}{15}$

Ejercicio 8 de actividad 2

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



El rectángulo [B] mide _____ veces $\frac{5}{4} \text{ Bu}^2$, que es lo mismo que $\frac{\square}{\square} \text{ Bu}^2$.

Podemos escribir $3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{+}{4} + \frac{+}{4} = \frac{\cdot}{4} = \text{Bu}^2$

Para medir el rectángulo B hemos necesitado _____ veces, _____ piezas de tamaño $\frac{1}{4} \text{ Bu}^2$

En general, para multiplicar una fracción por un número natural, multiplicamos el _____ por el _____ de la fracción. El _____ de la fracción se mantiene igual.

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{\cdot}{\square}$$

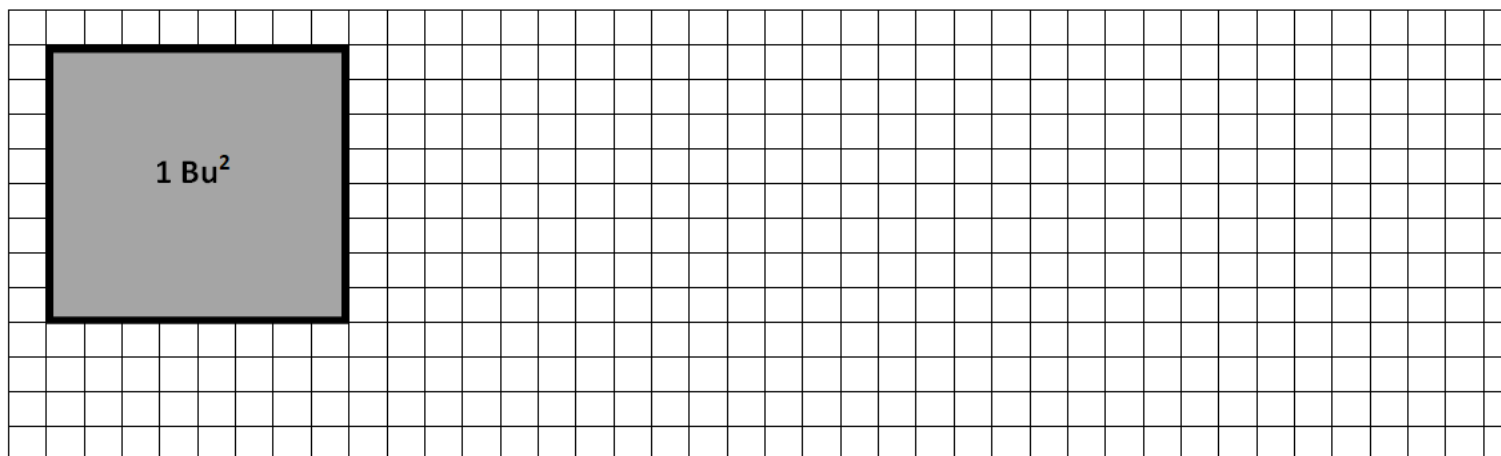
SITUACIONES DE APRENDIZAJE



2ºESO

ACTIVIDAD 1

En el siguiente gráfico la figura oscura representa la unidad de medida. La unidad de medida es 1Bu^2 .



Representa:

[A] En color azul un rectángulo de medida $\frac{7}{4} \text{Bu}^2$

[B] Pinta de rojo la mitad del (en fracción se escribe $\frac{1}{2}$) del rectángulo AZUL y mídelo. La superficie roja mide $\frac{1}{2} \text{Bu}^2$

Fracción como operador



2ºESO

Cuando una _____ actúa sobre otra _____, transforma la medida inicial en otra DIFERENTE.

Para obtener el resultado de esta transformación haremos:

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ de } \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{}{}$$

Fracción como operador



2ºESO

[5] Indica en cada caso si es cierto o falsa la afirmación y justifica tu respuesta (puedes hacerlo con un dibujo)

[5.1] la mitad del tercio de 4m^2 es mayor que 1m^2

[5.2] la mitad de la mitad de 10kg es mayor que 2 kg

[5.3] los dos tercios de una garrafa de 5 litros caben en una botella de 2 litros de capacidad

[5.4] la mitad de la mitad de la mitad de 60 minutos es menos tiempo que 10 minutos

Fracción como operador

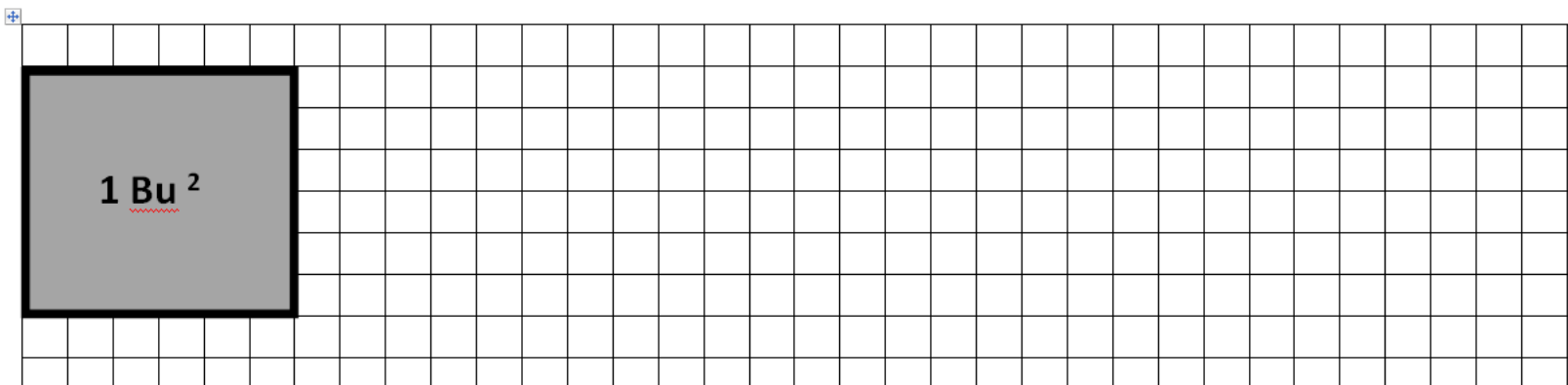
SITUACIONES DE APRENDIZAJE



ACTIVIDAD 3

Comprueba gráfica y numéricamente

Ejercicio 1 : $\frac{1}{3} Bu \cdot \frac{7}{4} Bu = \frac{\square}{\square} Bu^2$



Usa las potencias para expresar de forma breve el siguiente producto de fracciones : $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

2ºESO



División

[5] Completa lo que falta:

[5.1] $\frac{2}{3} \cdot \frac{\boxed{8}}{5} = \frac{14}{15}$

[5.2] $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{\boxed{5}} = \frac{2}{15}$

[1] Completa con los números que consideres necesarios:

[1.a] $\frac{2}{3} \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{4}{9}$

[1.b] $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{\boxed{}} = \frac{3}{5}$

[1.c] $\frac{1}{7} \cdot \frac{\boxed{}}{6} = \frac{1}{3}$

[1.d] $\frac{2}{3} \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{5}{7}$

[2] Averigua el número que falta en cada caso:

[2.a] $8 \cdot \boxed{} = 72$ y $72 : 8 = \boxed{}$

[2.b] $5 \cdot \boxed{} = 60$ y $\boxed{} : 5 = \boxed{}$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



Observa:

si $\frac{1}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$, entonces $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} = \frac{\square}{\square}$

Conclusión: para dividir dos fracciones, se multiplica el _____ de la primera por el _____ de la segunda y se pone como _____ del resultado. Y se multiplica el _____ de la primera por el _____ de la segunda y se pone como _____ en el resultado.



Completa el esquema:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[15] Disponemos de un cable de 75 m. En una instalación eléctrica necesitamos trozos de cable de $\frac{5}{6}$ m. ¿Cuántos trozos obtendremos del cable inicial?

$$[7.3] \frac{13}{2} \cdot \frac{5}{13} : \frac{5}{4} + \frac{3}{4} =$$

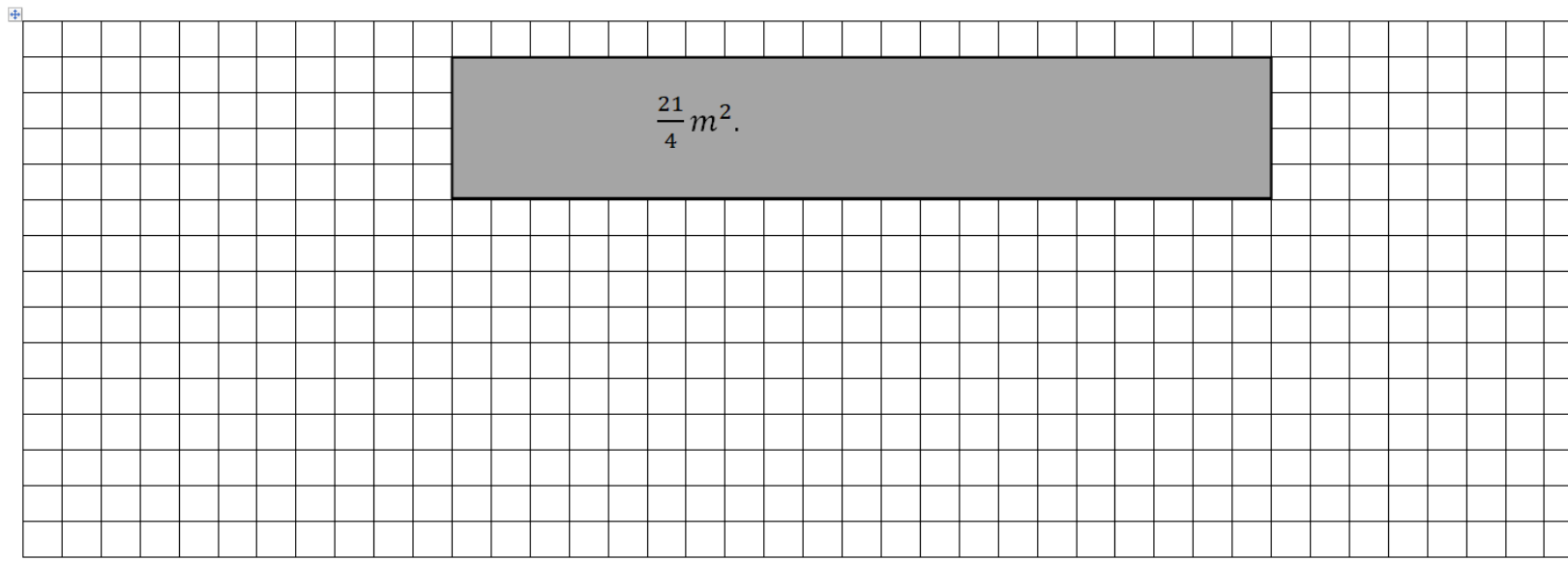
[6] Inventa un problema con la operación $\frac{3}{5} : 3$ y resuélvelo.

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



2ºESO

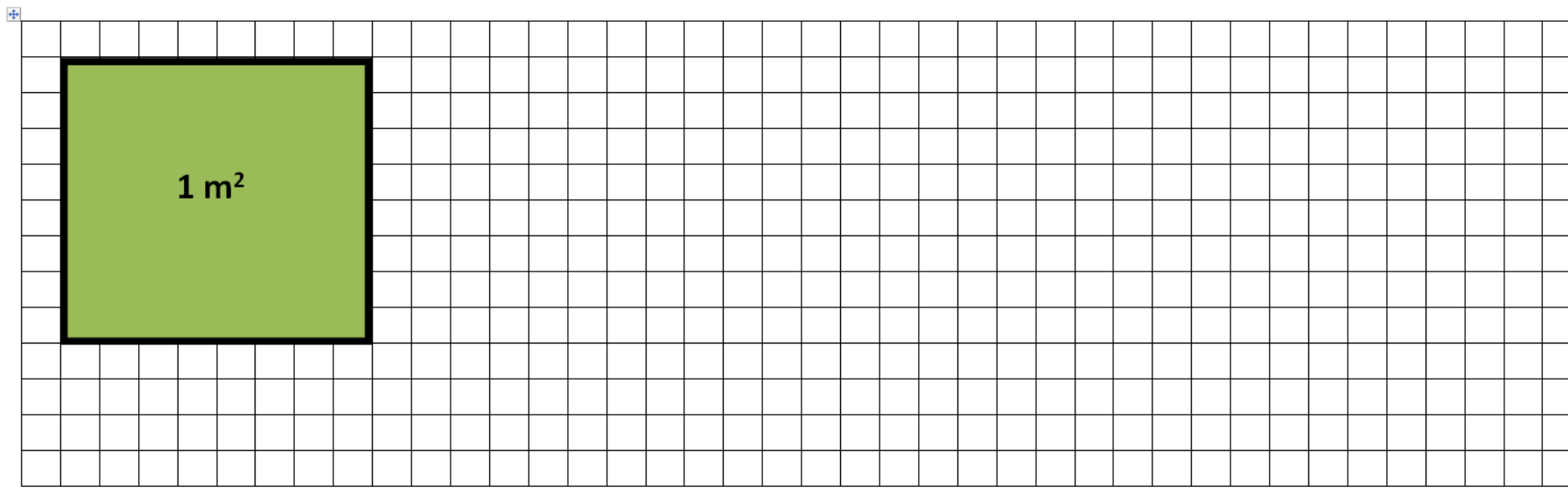
- [1] Tenemos un mantel de $\frac{21}{4} m^2$. Si lo cortamos en tres piezas de igual tamaño, expresa y justifica cuánto mide cada una de esas piezas. Dibuja una de esas tres piezas.



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[3] Queremos hacer 3 mantelitos de igual medida con un mantel que mide $\frac{7}{4} m^2$. Calcula y justifica gráficamente la medida del mantelito.



2ºESO

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[7] Completa con la fracción que falte

$$[7.a] \frac{2}{3} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{8}{9}$$

$$[7.b] \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{\quad} = \frac{3}{25}$$

$$[7.c] \frac{1}{11} \cdot \frac{\quad}{6} = \frac{1}{2}$$

$$[7.d] \frac{2}{3} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{5}{7}$$

Recuerda que cuando operas con números naturales se cumple siempre que si

$$n \cdot m = K \quad \text{entonces } K:m=n \quad \text{o bien} \quad K:n=m$$

Esto nos ayuda a encontrar un algoritmo que nos permita dividir fracciones:

Observa y piensa en el ejercicio [6]:

$$\text{si } \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}, \text{ entonces } \frac{9}{8} : \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$$

Conclusión: para dividir dos fracciones, se multiplica el _____ de la primera por el _____ de la segunda y se pone como _____ del resultado. Y se multiplica el _____ de la primera por el _____ de la segunda y se pone como _____ en el resultado.

2ºESO



- Operaciones aritméticas
- Up and down
(magnitudes varias)
- Problemas que se resuelven con y sin operaciones aritméticas
- Invención de problemas
- Sentido numérico

2ª PRUEBA ESCRITA

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

resultados en forma de fracción irreducible):

a) $\frac{16}{3} - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right)$ $\frac{16}{3} - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{16}{3} - \frac{5}{6}$ $\frac{32}{6} - \frac{5}{6} = \frac{27}{6}$	b) $\frac{14}{15} \cdot \frac{15}{7} : \frac{2}{27} - 5$ $2 \cdot \frac{2}{27} - 5$ $\frac{4}{27} - 5$ $\frac{4}{27} - \frac{135}{27} = -\frac{131}{27}$	c) $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right) = \frac{2}{2}$ $\frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$ $\frac{4}{15} : \frac{2}{2}$ $\frac{4}{15} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{15}$
---	---	--

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[4](2 p) Opera y simplifica dando como resultado la fracción más simplificada posible :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

[4.1] $\frac{11}{8} \cdot \frac{40}{33} = \frac{11 \cdot 40}{8 \cdot 33} = \frac{11 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{20}{12} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{10}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{3}$	[4.2] $\frac{20}{310} \cdot \frac{62}{25} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 31} \cdot \frac{2 \cdot 31}{5 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25}$
[4.3] $\frac{70}{30} \cdot \frac{21}{40} = \frac{70 \cdot 21}{30 \cdot 40} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{40}{9} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 3}$	[4.4](Recuerda simplificar cada pasito que vayas haciendo) $\frac{81}{11} \cdot \left(2 + \frac{2}{21} \cdot \frac{3}{14} \right) = \left(\frac{28}{63} + 2 \right)$

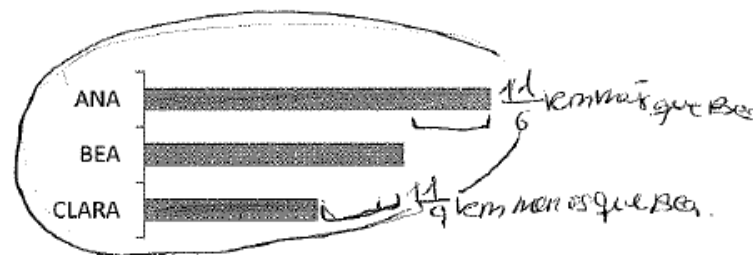
2º ESO

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



[3] (1 punto) Ana, Bea y Clara han dedicado el domingo a andar por el campo. Ana anduvo $\frac{11}{6}$ km más que Bea. Y Clara anduvo $\frac{11}{9}$ km menos que Bea.

- a) ¿Cuál de los siguientes gráficos que representan las distancias recorridas por Ana, Bea y Clara se ajusta mejor a la situación? RODÉALO



- b) Representa los datos del problema en el gráfico que has elegido.

- c) ¿Cuál es la diferencia de distancia entre Ana y Clara?

$$\frac{11}{6} - \frac{11}{9} = \frac{11 \cdot 3}{6 \cdot 3} - \frac{11 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{33}{18} - \frac{22}{18} = \frac{11}{18} \text{ km entre Ana y Clara.}$$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE



(a) He pagado $\frac{18}{5}$ € por la compra de $\frac{12}{5} m^2$ de tela. ¿Cuál es el precio de $1 m^2$ de esa tela?

$$\frac{18}{5} : \frac{12}{5} = \frac{90}{60} = \frac{3}{2}$$

(b) ¿Cuántas servilletas cuadradas de $\frac{3}{5} m^2$ caben en un mantel de $27 m^2$?

$$\frac{3}{5} : \frac{27}{1} = \frac{3}{130}$$

2º ESO



SITUACIONES DE APRENDIZAJE



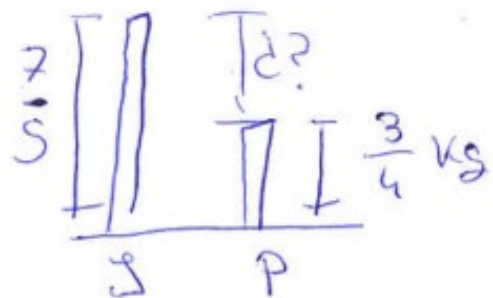
75

[6] (1,25 puntos) Invéntate el enunciado de un problema REALISTA que se resuelva utilizando exactamente la siguiente operación

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4}$$

Donde las fracciones aparezcan en el enunciado como cantidades expresadas en KILOGRAMOS. Resuelve el problema.

Si mi estuche pesa $\frac{7}{5}$ kg y el estuche de Pedro $\frac{3}{4}$ kg
¿Cuánto pesa más mi estuche que el de Pedro?



$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \frac{13}{20} \text{ kg más pesa mi estuche}$$



Invención de problemas

Javier y Diego van a comprar a una fritería. Javier compra $\frac{7}{5}$ kg de guesas y Diego $\frac{3}{4}$ kg de peras ¿Cuántos euros se han gastado?

Datos

operación.

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \boxed{\frac{13}{20}}$$

Solución = se han gastado $\frac{13}{20}$ €

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Invencción de problemas

Inventa un problema con la operación $\frac{13}{4} : 4$ donde la fracción $\frac{13}{4}$ mide km^2 y resuélvelo.

Hay una parcela de $\frac{13}{4} \text{ km}^2$ y la quiero dividir entre mis 4 amigos. ¿Cuánto trozo de parcela tendrá cada amigo?

$$\begin{array}{l} \frac{13}{4} : 4 = 13 : 4 \times \\ \times 4 \quad \frac{52}{16} : 4 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 13 : 4 = 3 \text{ R } 1 \\ 52 : 4 = 13 = \frac{13}{1} \end{array}$$

$\frac{13}{4} \times 4 = 13$

$\frac{52}{16} : 4 = \frac{13}{4}$

Cada amigo tendrá $\frac{13}{16} \text{ km}^2$ de parcela



Invención de problemas

[7] (1 p) inventa un problema con la operación $\frac{13}{4} : 4$ donde la fracción $\frac{13}{4}$ mide km y resuélvelo.

Un bosque mide $\frac{13}{4}$ km²; debido a incendios se han quemado cuatro partes del bosque ¿Cuánto terreno de bosque queda?

$$\frac{13}{4} : \frac{4}{1} = \frac{13}{16} \text{ km}^2 \text{ queda de bosque.}$$

[8] (0.5 puntos cada apartado)

hay unas tierras de mi abuelo que son $\frac{13}{4}$ y las vamos a repartir entre 4 nietos ¿cuánto habrá para cada uno?

$$\frac{13}{4} : \frac{4}{1} = \frac{13}{16} \text{ habrá } \frac{13}{16} \text{ para cada uno}$$

[8] (0.5 puntos cada apartado)



Invención de problemas

[2] Inventa un problema (realista) que se resuelva sumando las siguientes cantidades $\frac{2}{3}$ km, $\frac{4}{5}$ km. Resuélvelo.

He recorrido $\frac{2}{3}$ km y mi amigo $\frac{4}{5}$ km. ¿Quién lleva más? ¿Y los dos juntos?

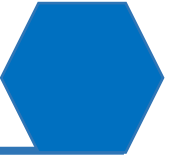
$\frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$

$\frac{4}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{12}{15}$

lleva más mi amigo

$\frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$

En clase estos días, marca la opción correcta en cada caso:



Invención de problemas

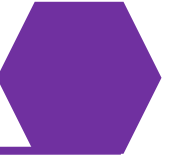
- Planteando situaciones realistas que favorecen el diálogo entre iguales eliminando conceptos confusos y aclarando ideas
- Favoreciendo la estimación
- Dando sentido al número usado en el enunciado y al número obtenido en la solución

¿DUDAS?

¿PREGUNTAS?

¿Comentarios?

BONDADES Y MEJORAS



Conexión con temas posteriores

Ambiente de aula

Sentido numérico

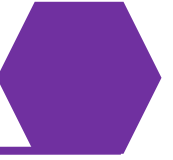
Construcción del aprendizaje

Conexión con años posteriores

Diálogo de aula

Comunicación

Razonamiento



Ruido

Lentitud

Familia

Zona de
comfort

BONDADES Y MEJORAS



Objetivos:

- Familiarizarse con el material (tiras de papel, unidades y objetos a medir)-
- Conocer técnicas para crear subunidades de medida de longitud, dada una tira de papel soporte de la unidad de medida (medios, tercios, cuartos, sextos y octavos)
- Familiarizarse con las técnicas de medida de objetos rectilíneos, en los que es necesario medir en una subunidad de la unidad de medida (medidas de unidades enteras y más subunidades, medir en el mismo tipo de subunidades).
- Introducir la representación simbólica y gráfica de la fracción con significado de media.
- Expresar el resultado de una medida mediante una fracción utilizando las representaciones gráficas y simbólicas.

Contenidos:

- Técnicas para dividir una unidad en partes iguales (medios, tercios, cuartos, sextos y octavos).
- Técnicas de cálculo directo de una medida de longitud por reiteración de la unidad o subunidad.
- La fracción como resultado de una medida: significado del numerador y del denominador.
- Representación gráfica de una fracción con significado de medida de longitud.

Competencias Específicas:

- Resolución de problemas (CE.M.1)
- Conjetura (CE.M.3)
- Representación de objetos matemáticos (CE.M.5 y CE.M.7)

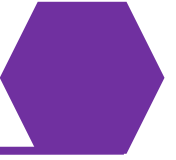
Guía didáctica



Guía didáctica

Esquema de la sesión:

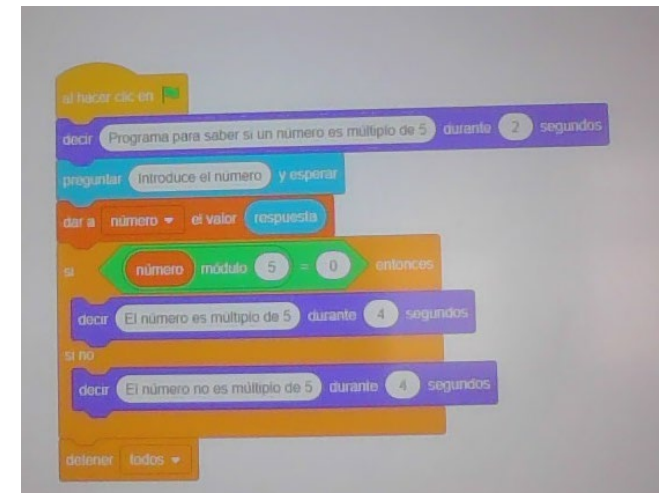
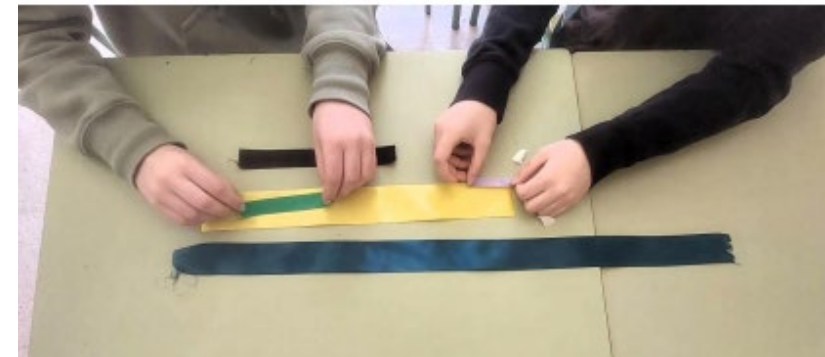
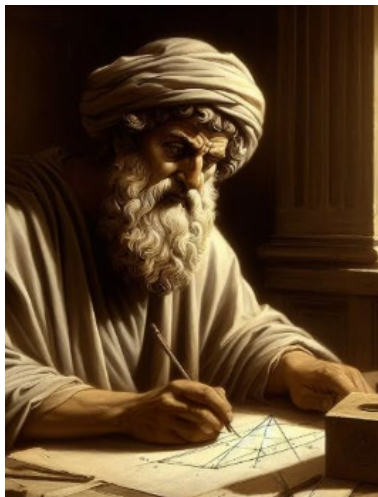
- **CORRECCIÓN:** Se corrige la Tarea para Casa 2. (Si han construido fracciones equivalentes, se pueden poner en un mural después)
- **INSTITUCIONALIZACIÓN:** Con una breve introducción se institucionaliza el significado de fracciones equivalentes utilizando los resultados de la tarea para casa 2 y se recuerda al final de la clase, completando el cuadro de conclusiones de la actividad.
- **ACTIVIDAD** Se reparte la ficha de la sesión 3 y se dan las indicaciones necesarias durante la actividad, de forma individual a los alumnos o a todo el grupo clase.
Con el ejercicio 1 hacer hincapié en que comiencen el dibujo en a guía de puntos para que la comparación de longitudes sea inmediata, reforzando así la fracción como medida (de momento solo de longitud). Con el ejercicio 3 animar al estudiante a que observen bien los números de las fracciones que representan la misma medida para ver si encuentran algún patrón o propiedad entre ellos. A veces surge de este ejercicio la técnica de amplificación, la de simplificación e incluso la de comprobación de que los productos cruzados



Pensamiento computacional



MCD (A, B)



BONDADES Y MEJORAS



Merece la pena



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



**GOBIERNO
DE ARAGON**

Departamento de Educación,
Cultura y Deporte

arcomat



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Gracias por la atención

Fracciones desde la medida. Situaciones de aprendizaje.

Aurora Domenech Penón
domenechaurora@gmail.com