



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Conteo y cantidad. Sistemas numéricos

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT

Sentido numérico

PRIMER CICLO

A.1. Conteo y cantidad:

- Estrategias variadas de conteo y recuento sistemático en situaciones de la vida cotidiana en cantidades iniciando el trabajo con centenas.
- Estimaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas.
- Lectura, representación, composición, descomposición y recomposición de números naturales **iniciando el trabajo con centenas.**
- **Representación de una misma cantidad de distintas formas (manipulativa, gráfica o numérica) y estrategias de elección de la representación adecuada para cada situación o problema.**

SEGUNDO CICLO

A.1. Conteo y cantidad:

- Estrategias variadas de conteo, recuento sistemático y **adaptación del conteo al tamaño de los números** en situaciones de la vida cotidiana en **cantidades hasta las unidades de millar.**
- **Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los números (decenas, centenas y millares).**
- Estimaciones y aproximaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas.
- Lectura, representación (**incluida la recta numérica y con materiales manipulativos**), composición, descomposición y recomposición de números naturales **hasta las unidades de millar.**
- Fracciones con denominadores manejables en contextos cercanos al alumnado.

Sentido numérico

SEGUNDO CICLO

A.1. Conteo y cantidad:

- Estrategias variadas de conteo, recuento sistemático y adaptación del conteo al tamaño de los números en situaciones de la vida cotidiana en **cantidades hasta las unidades de millar**.
- Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los números (**decenas, centenas y millares**).
- Estimaciones y aproximaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas.
- Lectura, representación (**incluida la recta numérica y con materiales manipulativos**), composición, descomposición y recomposición de números naturales hasta las unidades de millar.
- **Fracciones** con denominadores manejables en contextos cercanos al alumnado.

TERCER CICLO

A.1. Conteo y cantidad:

- Estrategias variadas de conteo, recuento sistemático y adaptación del conteo al tamaño de los números en situaciones de la vida cotidiana.
- Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los números.
- Estimaciones y aproximaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas.
- Lectura, representación, composición, descomposición y recomposición de números naturales y decimales hasta las milésimas.
- **Fracciones y decimales** para expresar cantidades en contextos de la vida cotidiana y elección de la mejor representación para cada situación o problema.

Índice

-  Sistemas numéricos.
-  Lectura y escritura de números.
-  Estimaciones y aproximaciones.
-  Recuento sistemático.

Sistemas numéricos

Sistemas numéricos

Sistema de numeración extraterrestre

Un extraterrestre que llega a la Tierra se interesa por el sistema de numeración escrita que utilizamos los terrestres. Cuando le explican en qué consiste, él comenta: ¡Ah! Nosotros escribimos los números utilizando solo cuatro símbolos:

Ω , Σ , ♪ y 

Tarea. ¿Cómo escribe el extraterrestre el número nueve?

Sistemas numéricos

Sistema de numeración extraterrestre

Un extraterrestre que llega a la Tierra se interesa por el sistema de numeración escrita que utilizamos los terrestres. Cuando le explican en qué consiste, él comenta: ¡Ah! Nosotros escribimos los números utilizando solo cuatro símbolos:

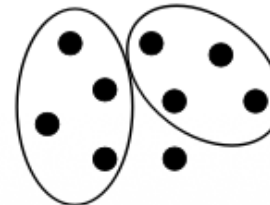
Ω , Σ , ♪ y ⌘

Tarea. ¿Cómo escribe el extraterrestre el número nueve?

Tres ideas fundamentales (base 4)

- Se emplean **4 símbolos distintos** (cifras)
0 1 2 3
- Agrupamientos de **4 en 4** sucesivos.
- La **posición** de cada cifra de un número tiene un significado específico y diferenciado.

9 elementos



2 1
♪ Σ

Sistemas numéricos

Sistema de numeración extraterrestre

Un extraterrestre que llega a la Tierra se interesa por el sistema de numeración escrita que utilizamos los terrestres. Cuando le explican en qué consiste, él comenta: ¡Ah! Nosotros escribimos los números utilizando solo cuatro símbolos:

Ω , Σ , ♪ y ⊙

Tarea. ¿Cómo escribe el extraterrestre el número nueve?

Tres ideas fundamentales (base 4)

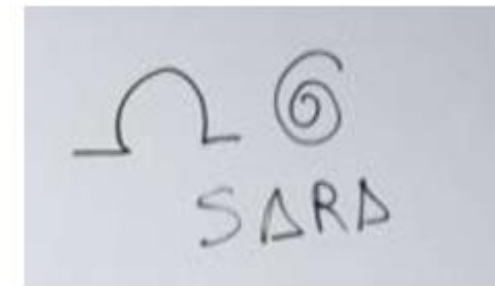
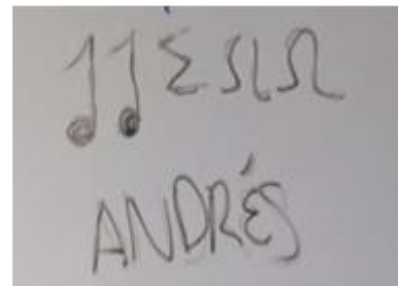
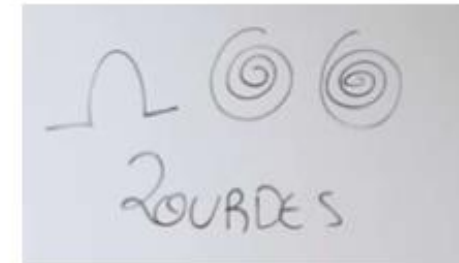
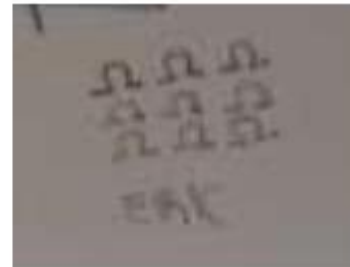
- Se emplean **4 símbolos distintos** (cifras)
0 1 2 3
- Agrupamientos de **4 en 4** sucesivos.
- La **posición** de cada cifra de un número tiene un significado específico y diferenciado.

9 elementos



2 1
♪ Σ

Sistema de numeración extraterrestre



Sistemas numéricos

¿Para qué necesitamos el sistema de numeración?

- Memorizar y conservar muchos números distintos.
- Representar de forma escrita números grandes (empleando unos símbolos “básicos”).

Un sistema de numeración es un conjunto de **símbolos** y **reglas** que permiten construir todos los números válidos en el sistema.

Sistemas numéricos

- Se emplean **10 SÍMBOLOS** distintos (cifras)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- **Agrupamientos de 10 en 10** sucesivos

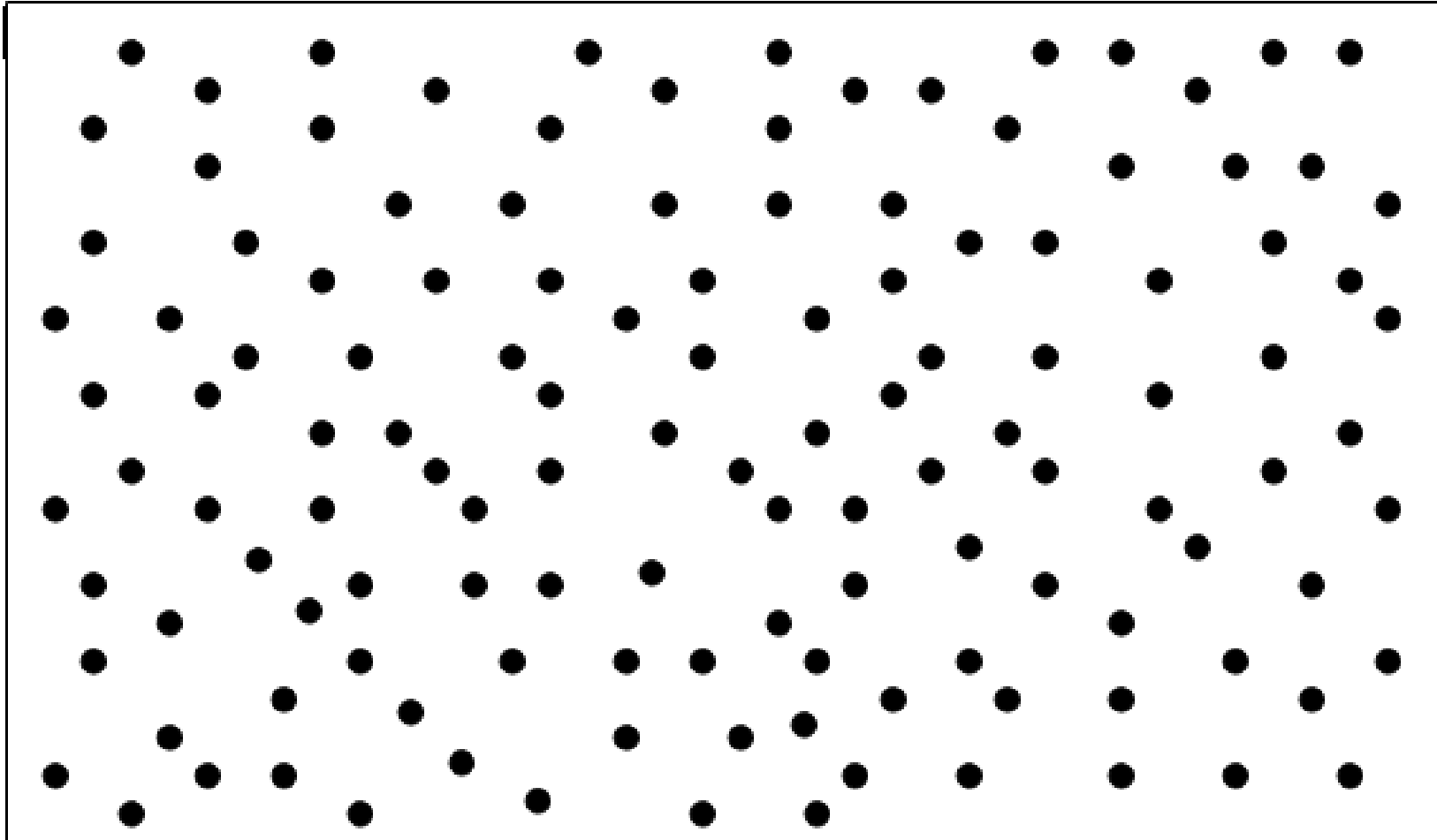
- La **posición** de cada cifra en un número tiene un significado específico y diferenciado.

2378 2738

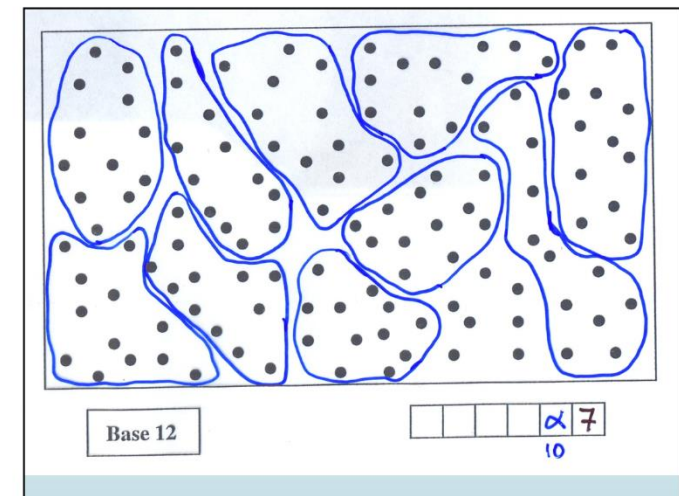
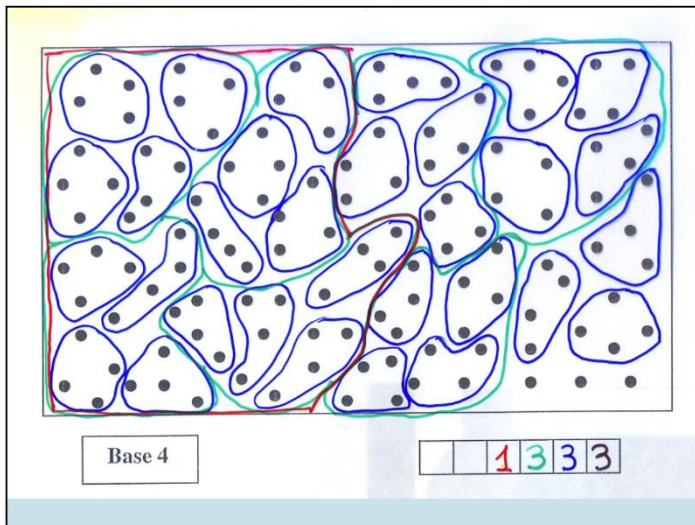
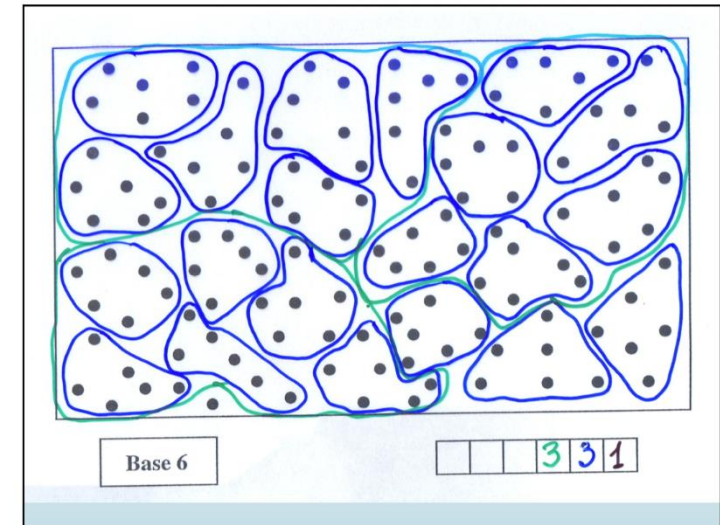
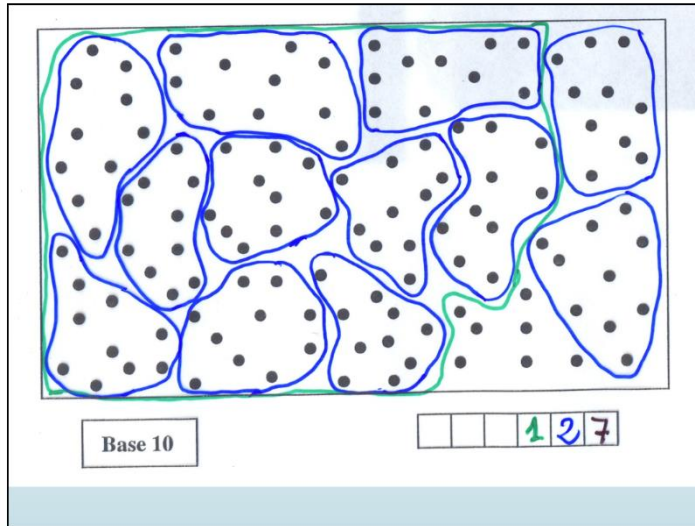
$$2378 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 8$$

$$2738 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$$

Sistemas numéricos



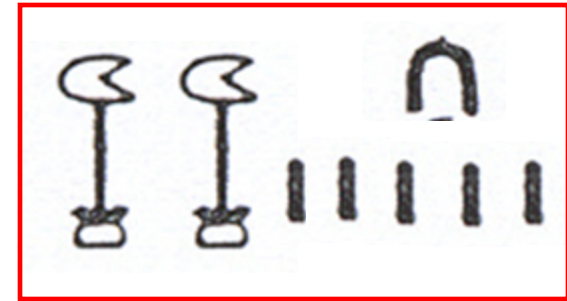
Sistemas numéricos



Sistemas numéricos

1	I
10	∩
100	🌀
1 000	👤 👤 👤 👤 👤
10 000	👤 👤 👤 👤 👤
100 000	🐊 🐊 🐊 🐊 🐊
1 000 000	👤 👤 👤 👤

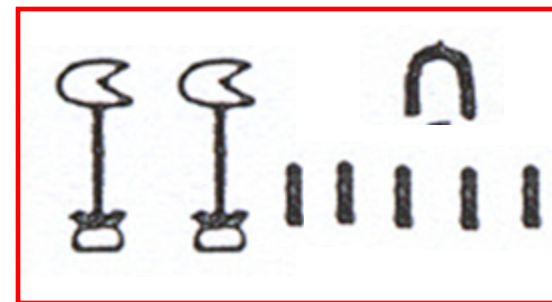
Las cifras jeroglíficas egipcias.



Sistemas numéricos

1	
10	
100	
1 000	
10 000	
100 000	
1 000 000	

Las cifras jeroglíficas egipcias.



2015

Sistemas numéricos

Sistemas aditivos (Romano)

Es un sistema **aditivo irregular** de:

- **base 10**: símbolos para la unidad (I), la base (X), y algunas potencias de la base: cien (C) y mil (M).
(Símbolos principales)
- **base auxiliar 5**: símbolos para 5 (V), 50 (L) y 500 (D), lo que permite acortar la escritura de los números.
(Símbolos secundarios)
- **Principio sustractivo**, lo que lo hace irregular y acorta la escritura. Así, se escribe IV en vez de IIII, IX en vez de VIIII, XL en vez de XXXX, etc.

Este sistema todavía lo usamos nosotros para indicar ordinales y fechas.

2015 = MMXV

Sistemas numéricos

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

二千一十五

Sistemas numéricos

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

$$2\ 015 = 2 \times 1000 + 1 \times 10 + 5$$

二千一十五

Sistemas numéricos

Sistemas híbridos / multiplicativos

Símbolos para:

- la unidad
- la base
- las potencias de la base
- los valores comprendidos entre la unidad y la base

El número representado se obtiene:

- Multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede.
- Sumando estos resultados junto con las unidades.

- Chino (Base 10) (1500 a.C)

Sistemas numéricos

Sistemas posicionales

Símbolos para:

- la unidad
- los valores comprendidos entre la unidad y la base
- el cero (símbolo para indicar la “no existencia”)

El número representado se obtiene:

- Multiplicando el valor del símbolo (cifra) que ocupa cada posición por la potencia de la base elevada al exponente que indica la posición.
- Sumando todos los resultados.

Sistemas numéricos

Nuestros alumnos reproducen en cierta manera la evolución histórica de dichos sistemas de numeración: el número “once” se escribe como 92 o 101, el número “nueve” se escribe como 333.

En todos los libros de texto podemos encontrar representaciones del número (722, en este caso) como éstas:



Sistemas numéricos

Sistema de numeración escrito

Sistema posicional de base 10.

Los símbolos son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9

Sistema de numeración oral (cardinal)

Sistema híbrido de base 10 con irregularidades

Los símbolos definidos para

- la unidad: *uno*
- los números desde la base a la unidad: *dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve*
- la base: *diez*
- las potencias de la base: *cien o ciento, mil, millón...*

3 817 = tres-mil ocho-cientos “diez y siete”

¡¡ existen bastantes irregularidades !!

Sistemas numéricos

Sistema de numeración oral (ordinal)

Sistema aditivo de base 10 con bases auxiliares.

Los símbolos definidos para

- la unidad: *primero* (o *primer*)
- la base: *décimo*
- las potencias de la base: *centésimo, milésimo, millonésimo...*
- las bases auxiliares (todos desde la base a la unidad): *segundo, tercero, cuarto, quinto, sexto, séptimo, octavo y noveno*
- el producto de las bases auxiliares por las potencias de la base: *vigésimo, trigésimo, cuadragésimo, quincuagésimo, ..., ducentésimo, tricentésimo, cuadrigentésimo, ...*

Sistemas numéricos

Sistema de numeración sexagesimal

Para expresar la medida del tiempo y la amplitud de los ángulos.

Sistema posicional de base 60, combinado con un sistema posicional de base auxiliar 10.

Sistema de numeración romano

Para expresar algunas fechas y ordinales.

Sistema aditivo de base 10 con base auxiliar 5 con irregularidades.

Lectura y escritura de números

Lectura y escritura de números

Desarrollo cognitivo y progresión en el aprendizaje del sistema posicional decimal

1ª. Lectura y escritura de las cifras (del 0 al 9)

- Contenido de Ed. Infantil (y 1º Ed. Primaria)
- Atención a la lectura de las cifras
- Atención al correcto trazado de las mismas

2ª. Lectura y escritura de números de dos o más cifras

- Asumir el agrupamiento decimal
- Asumir el valor de posición de las cifras
- Reglas de repr. de números en base 10

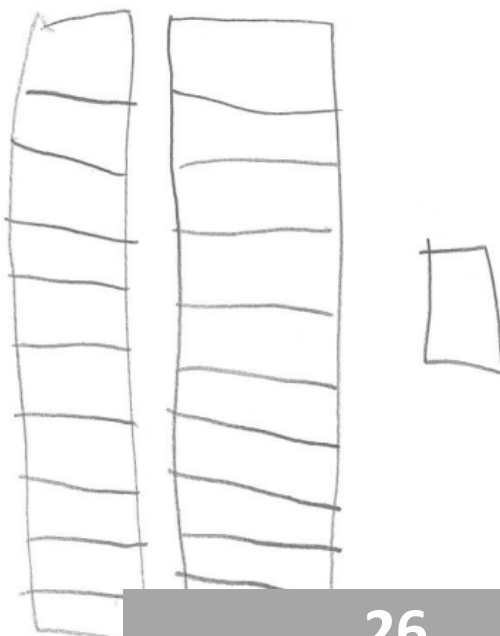
Lectura y escritura de números

Desarrollo cognitivo y progresión en el aprendizaje del sist. pos. decimal

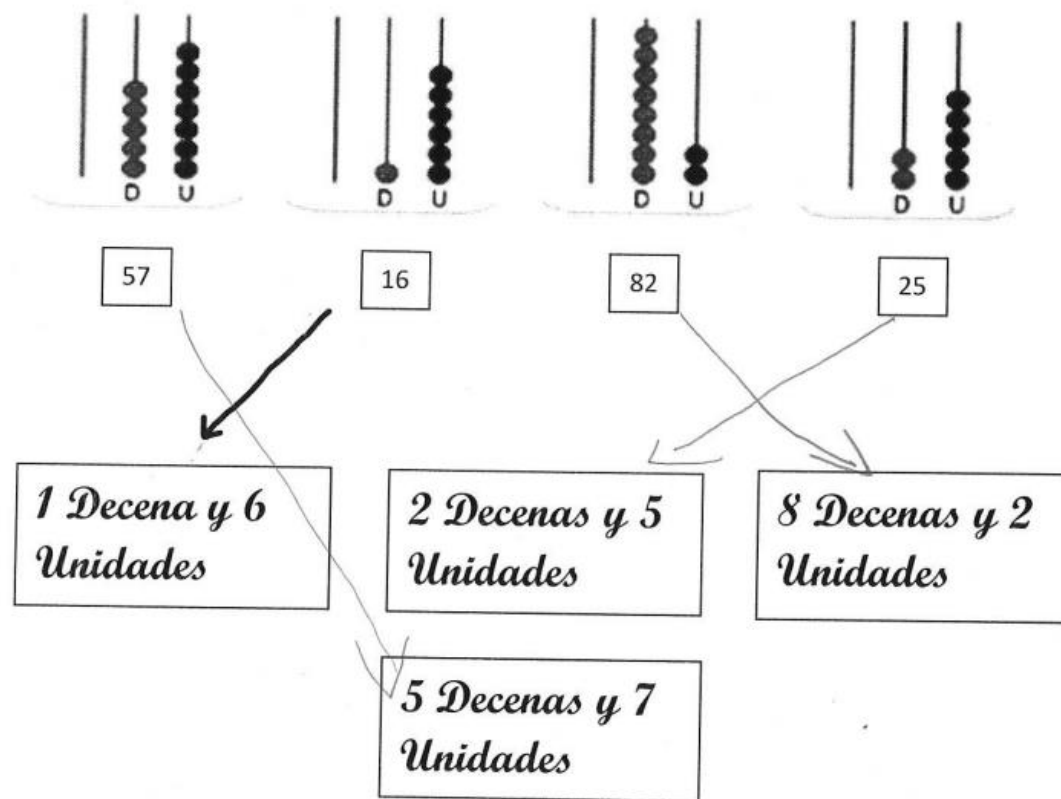
Pregunta 1: Primero, para reunir los poderes, tendréis que coger veintiún cubos en total. Después, tendréis que construir todas las torres de diez cubos que podáis.



Al final, dibuja los policubos



Lectura y escritura de números



NO

Lectura y escritura de números

Experiencia sobre la comprensión de las decenas

El entrevistador presenta 48 alubias y 9 tazas al niño.

No le dice al niño cuántas alubias hay, ni le pide que las cuente. Lo que le pide es que ponga diez alubias en cada taza.

Una vez acabada la tarea sobre la mesa quedan 4 tazas llenas y 8 alubias sueltas.

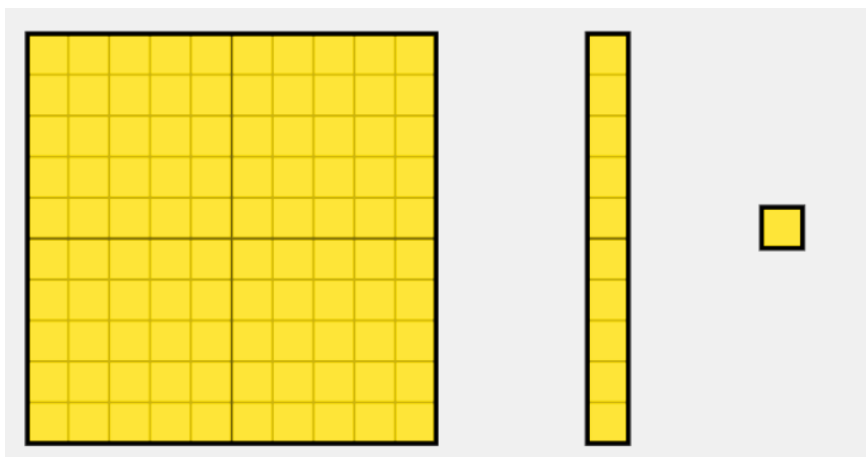
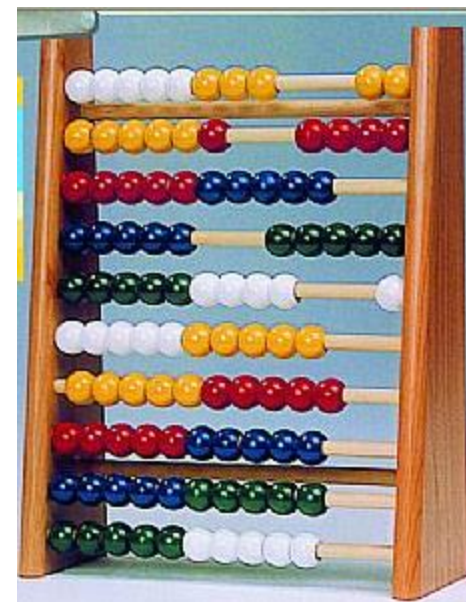
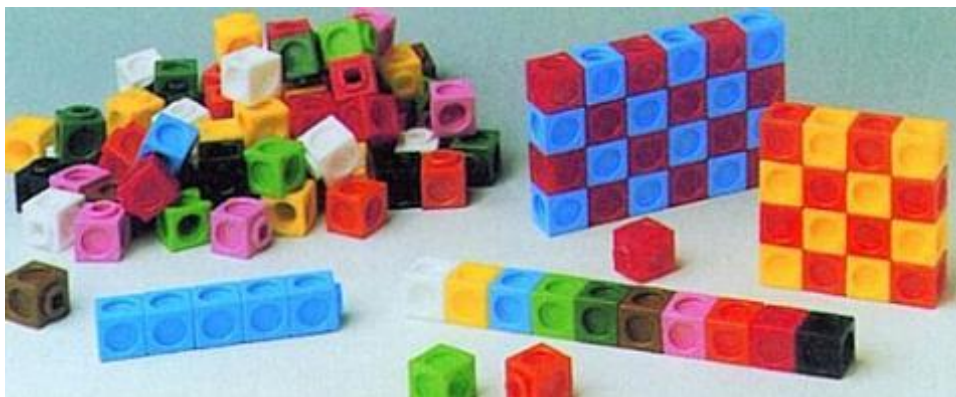
Entonces se pregunta al niño cuántas alubias hay en total.

Lectura y escritura de números

Conocimientos previos

- **Contar** de uno en uno, de diez en diez.
- Interpretar como *cardinales* las palabras numéricas correspondientes a los números de dos cifras.
- Realizar tareas de **agrupamiento** en una colección de elementos según un número dado.
- Manejar el *ábaco* y las *plaquetas* para representar números de dos cifras.
- Sumar oralmente de diez en diez y *decenas con unidades*.
- Leer y escribir las *cifras*.

Lectura y escritura de números



Lectura y escritura de números

La enseñanza de la aritmética oral es independiente de la escrita, y debe precederla:

1. Introducir los 20 primeros números antes de leer y escribir las cifras.
2. A la vez que se leen y escriben números de dos cifras, introducir oralmente los números de tres cifras, de este modo ...
3. cuando se presenten escritos, los niños estarán familiarizados con su significado y propiedades.

Lectura y escritura de números

El anteponer la aritmética oral permite:

1. Introducción por tramos.
2. Consolidar el recitado.
3. Situaciones de cardinalidad/ordinalidad, conteo (1-1, 10-10), ordenación, suma y resta.
4. Representar con materiales con los que se visualice la descomposición en u, d, c o m, antes de escribir los números, para facilitar la comprensión de los principios del Sistema de Numeración Decimal.

Lectura y escritura de:

Hasta 2 cifras en 1º EP.

Hasta 3 cifras en 2º EP.

Hasta 4 cifras en 3º EP.

Hasta 5 cifras en 4º EP.

Más de 5 de cifras en Tercer ciclo EP.

Lectura y escritura de números

Metodología activa y funcional, centrada en la resolución de problemas:

1. Proponer problemas antes de conocer las herramientas matemáticas y ayudar a construirlas durante el proceso de resolución.
2. El niño puede resolver el problema como quiera, corrigiendo solo los errores matemáticos que aparezcan, pero sin imponerle un modo determinado de resolución.

Estimaciones y aproximaciones

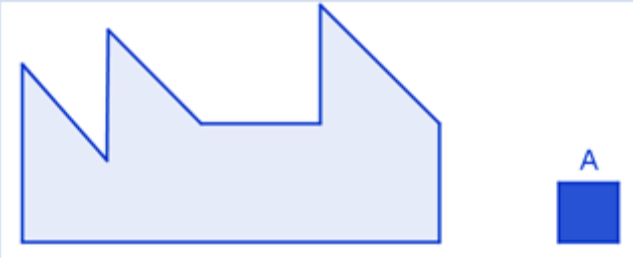
Estimaciones y aproximaciones

En la vida cotidiana, fuera del ámbito escolar, cuando es necesario efectuar algún tipo de cálculo, lo más frecuente es que utilicemos **estrategias de cálculo mental y estrategias basadas en estimaciones**. A este aprendizaje hay que dedicarle tiempo en el aula.

También a la calculadora, pues también se echa mano de ella en la vida cotidiana cuando los cálculos a realizar son complejos y necesitamos precisión.

Decidir la conveniencia de utilizar el cálculo aproximado o exacto también es un aprendizaje. La calculadora como recurso didáctico, por otro lado, ofrece interesantes actividades de exploración que facilitan el descubrimiento de ciertas propiedades de los números y sus operaciones.

Estimaciones y aproximaciones

Realizar una estimación	Objeto presente	Objeto ausente
Unidad presente	Estima el área de la región poligonal con la unidad de medida A. También se pueden usar unidades de medida del SIM. 	Estima la cantidad de metros de cuerda que se necesitan para hacer una red de tenis.
Unidad ausente	En un rectángulo, dibuja la diagonal y estima su longitud.	Calcular el volumen de un contenedor de basura.

Estimaciones y aproximaciones

Nombrar objetos con una medida dada	Posibles objetos a estimar nombrados	Posibles objetos a estimar no nombrados
Objeto-Unidad presente	Damos un objeto que pese un kilo y preguntamos: ¿Cuál de los siguientes objetos tiene una masa de 2kg? A. Balón de fútbol. B. Bate de béisbol. C. Disco de hockey.	Construye un metro cuadrado. Nombra algún objeto que tenga 6 m ² .
Objeto-Unidad ausente	¿Cuál de los siguientes objetos tendría normalmente una temperatura más cercana a 10°C? A. Cubo de hielo. B. Llama de una vela. C. Jaca.	Nombra algún objeto que tenga 7 dm.

Estimaciones y aproximaciones

Coloca los signos $<$, $>$ ó $=$ en los espacios correspondientes sin hacer las cuentas. Después puedes comprobar tus estimaciones con la calculadora.

$19 \times 31 \text{ ___ } 19 \times 32$

$145 \div 12 \text{ ___ } 145 \div 14$

$3 \times 40 \times 80 \text{ ___ } 3 \times 39 \times 60$

$50 \times 100 \text{ ___ } 500 \times 100$

$8 \times 14 \text{ ___ } 16 \times 7$

$17 \times 25 \text{ ___ } 18 \times 24$

$88 \div 6 \text{ ___ } 44 \div 3$

$0 \div 5 \text{ ___ } 5 \div 5$

$45 \times 0,3 \text{ ___ } 54 \times 3$

$88 \div 2 \text{ ___ } 88 \times 0,5$

$8 \times 0,1 \text{ ___ } 8 \div 10$

$45 \times 0,7 \text{ ___ } 45 \times 0,8$

$400 \div 2,5 \text{ ___ } 400 \div 2,6$

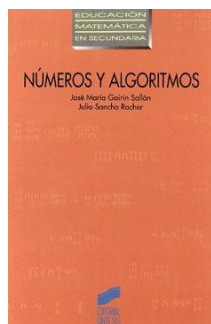
$3,4 \times 4,8 \text{ ___ } 3 \times 5$

$125 \div 12 \text{ ___ } 135 \div 12$

$45 \div 0,7 \text{ ___ } 45 \div 0,8$

¿Qué es más tiempo, 1.000.000 de minutos o 2 años?

(...)



Actividades sacadas de Gairín, J. M. y Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Madrid: Síntesis.

Estimaciones y aproximaciones

La estimación de la numerosidad consiste en estimar el número de elementos estructurados o no estructurados en una colección limitada sin realizar un recuento exacto.

Para evitar el recuento: Presentar la imagen poco tiempo .

¿Cuántos coches hay?



Estimaciones y aproximaciones

La estimación de la numerosidad consiste en estimar el número de elementos estructurados o no estructurados en una colección limitada sin realizar un recuento exacto.

Para evitar el recuento: Presentar la imagen poco tiempo .

¿Cuántos coches hay?

Estimaciones y aproximaciones

La estimación de la numerosidad consiste en estimar el número de elementos estructurados o no estructurados en una colección limitada sin realizar un recuento exacto.

Para evitar el recuento: Presentar la imagen poco tiempo .

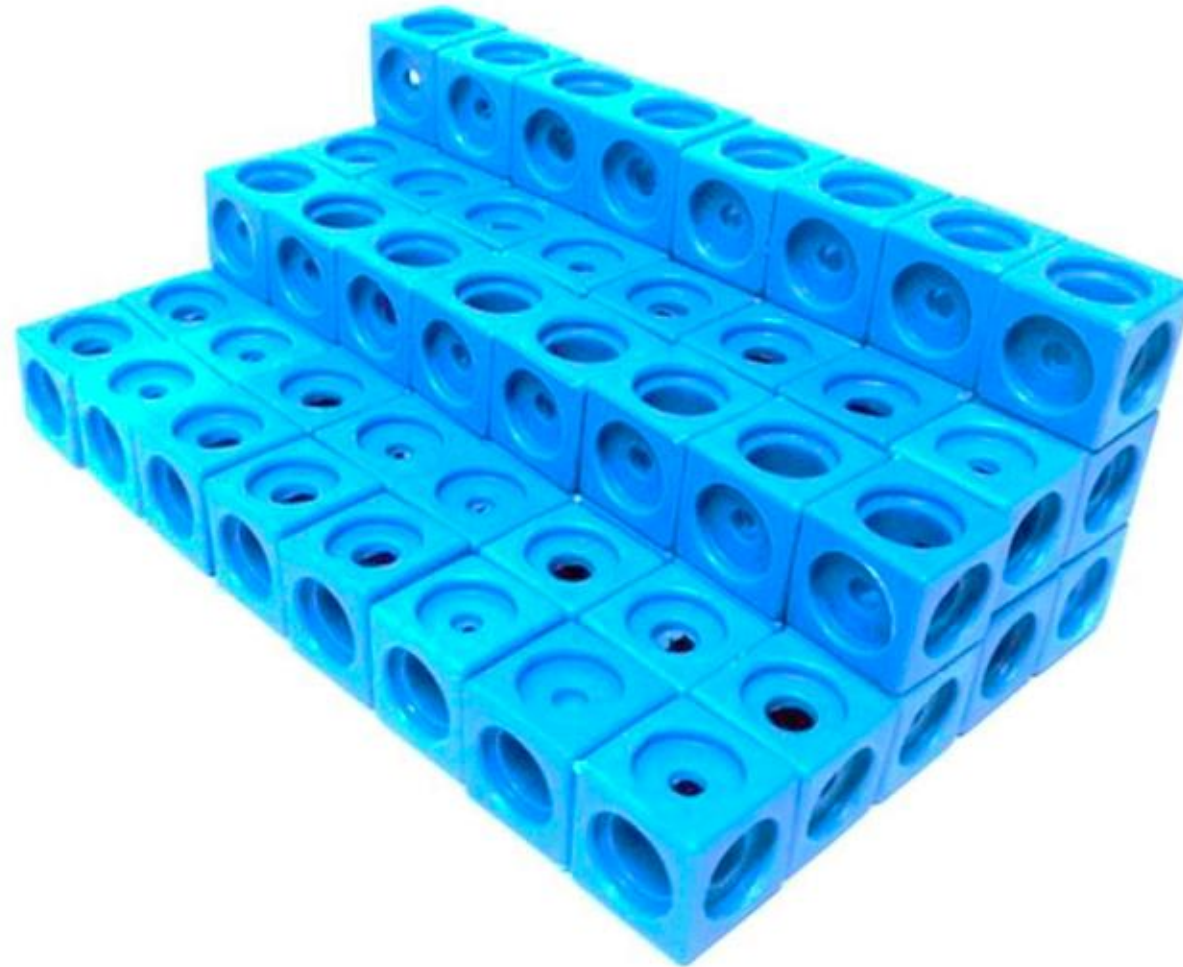
¿Cuántos coches hay?



64

Estimaciones y aproximaciones

¿Cuántos cubos hay?

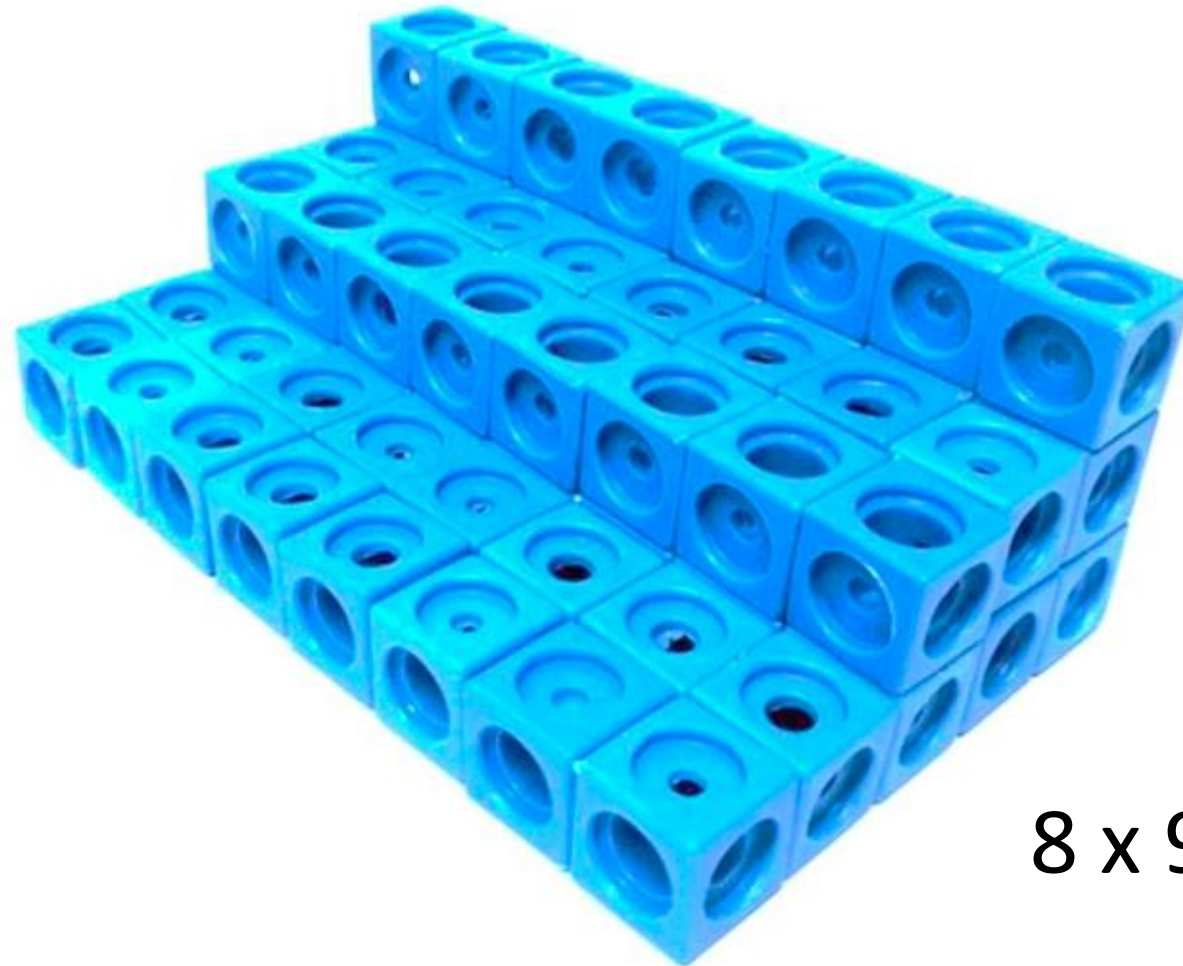


Estimaciones y aproximaciones

¿Cuántos cubos hay?

Estimaciones y aproximaciones

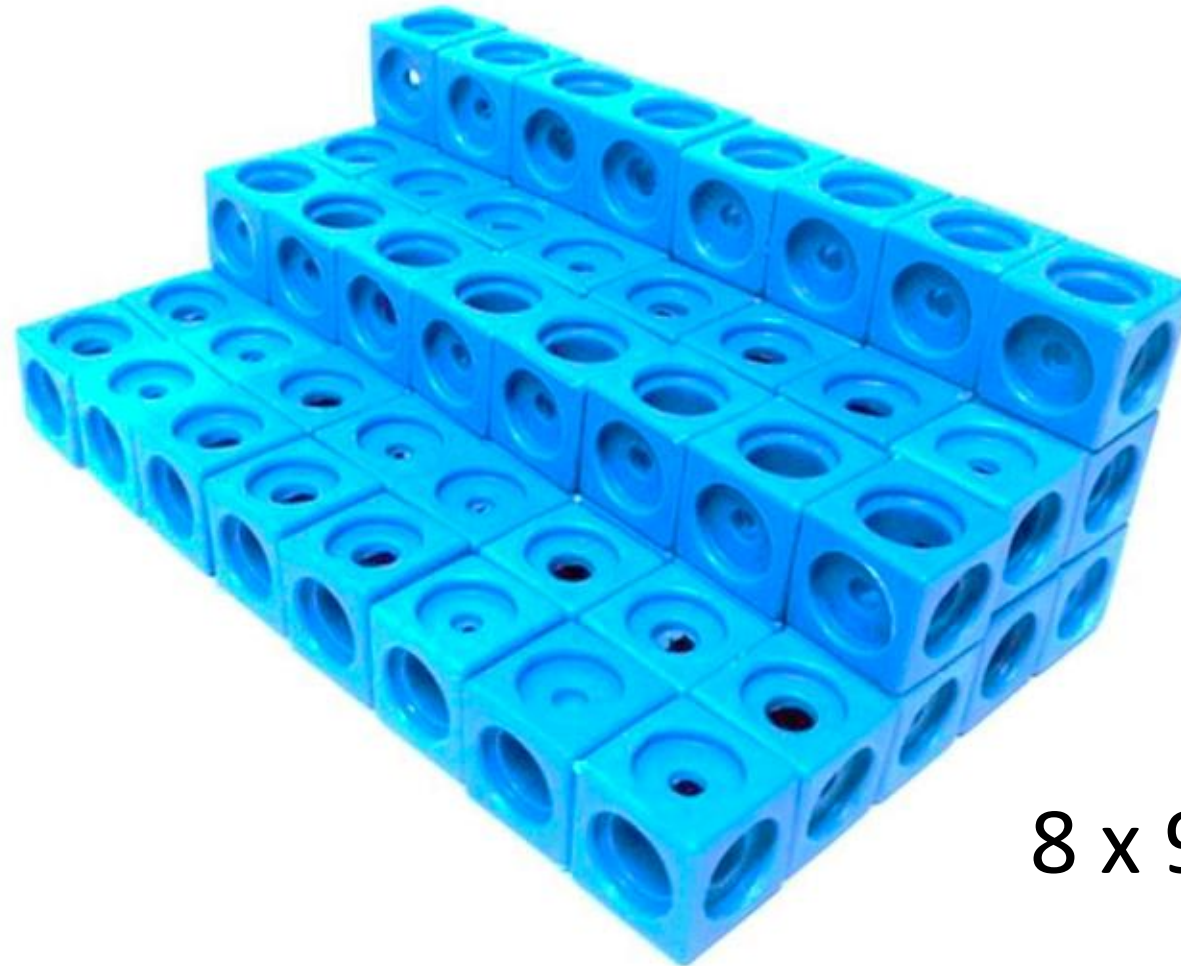
¿Cuántos cubos hay?



$$8 \times 9 = 72 \text{ cubos}$$

Estimaciones y aproximaciones

¿Cuántos cubos hay?



$$8 \times 9 = 72 \text{ cubos}$$

Estimaciones y aproximaciones



<https://twitter.com/pbeltranp/status/1048201023582625792>

Estimaciones y aproximaciones

ALGUNAS PROPUESTAS...



Aproximadamente,
¿Cuánto mide el
señor Stadel?

<https://estimation180.com/day-1/#>

“Prism Challenge”

Important Note:

If you can see this box, then the slide show is not playing and the reveal won't work.

Here is the solution:

If you are using PowerPoint, click on Slide Show, then click on From Current Slide.

If you are using Google Slides, click on View then Present.



How many prisms are in the vase?

As the clues appear, use the information to narrow the possibilities to a smaller set. After each clue, use estimation again to determine which of the remaining answers is the most reasonable.

Write down your first estimate. After each clue, you'll see if your estimate is still a possibility. After each clue, if it is no longer possible write down a new estimate – and be prepared to explain why you chose it.



Clue #1

The answer is an even number.

Clue #2

The answer is not a multiple of the number of vertices found on a trapezoidal prism.

Clue #3

The answer is not a multiple of the number of faces found on a trapezoidal prism.

Clue #4

The answer is not 1 more than a square number.

Clue #5

The answer does not include the digits 4, 6, or 8.



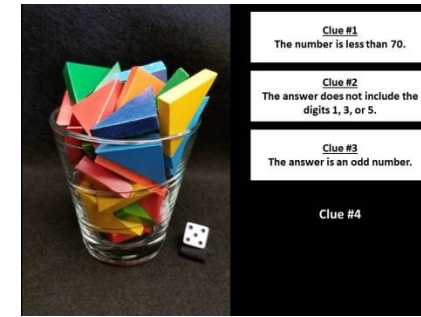
After seeing the clues, you have narrowed the possibilities to a small set of numbers. Before you see the answer, select your final estimate. Write it down, and explain to someone why you chose that number.

70 prisms



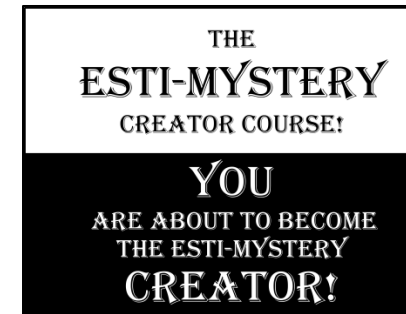
51 Esti-Mysteries

Click [here](#) to download more free Esti-Mysteries.

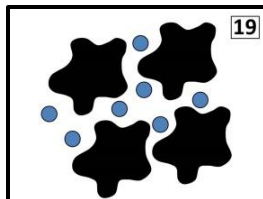


The Esti-Mystery Creator Course

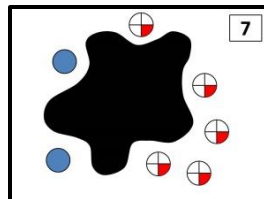
This is [the course](#) I've designed to teach you how to create your own Esti-Mysteries that are tailored for your class.



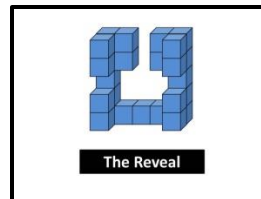
More Free, Downloadable Resources From Blog Posts



[The Original 19 Splat! Lessons](#)



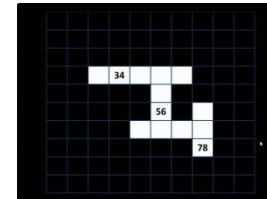
[The Original 20 Fraction Splat! Lessons](#)



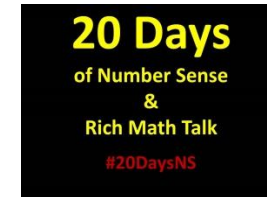
[The Original 80 Cube Conversations Lessons](#)



[The Original 40 Estimation Clipboard Sets](#)



[The Maze Hundreds Chart](#)



[20 Days of Number Sense & Rich Math Talk](#)

Estimaciones y aproximaciones

¿Cuántas veces puedes doblar un papel?



https://youtu.be/nc5okMs_ss0?si=9VLitIsit2ce5vqn

Recuento sistemático

Recuento sistemático

Grandes tipos de actividades alrededor del conteo

- Recitado
- Cardinalidad sin conteo (subitación, estimación,...)
- Cardinalidad u ordinalidad con conteo

Recuento sistemático

En un castillo de cartas, ¿cuántos triángulos podremos encontrar?

- 1.- ¿Depende de los pisos?
- 2.- En un piso, ¿cuántos encuentras?
- 3.- En dos pisos, ¿cuántos puedes ver?
- 4.- ¿Y en tres?
- 5.- ¿Y en cuatro?
- 6.- ¿Qué estrategia has utilizado una estrategia?



Recuento sistemático

En un castillo de cartas, ¿cuántos triángulos podremos encontrar?

1.- ¿Depende de los pisos? **sí**

2.- En un piso, ¿cuántos encuentras? **1**

3.- En dos pisos, ¿cuántos puedes ver? **5**

4.- ¿Y en tres? **13**

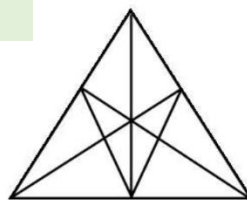
5.- ¿Y en cuatro? **27**

6.- ¿Has utilizado una estrategia?

De un piso: 1
1 carta: 3
2 cartas: 1

De dos pisos: 5
1 carta: 5
2 cartas: 2
3 cartas: 1

De 3 pisos: 13
1 carta: 7
2 cartas: 3 $\wedge$
1 $\vee$
3 cartas: 2
4 cartas: 1



58



Recuento sistemático

Distribuye, de todas las maneras posibles, 15 monedas de euro en cinco montones.

Recuento sistemático

Distribuye, de todas las maneras posibles, 15 monedas de euro en cinco montones.

Problema 2: estrategia 1

Distribuye, de todas las maneras posibles, 15 monedas de euro en cinco montones.

1	1	1	1	11
1	1	1	2	10
1	1	1	3	9
1	1	1	4	8
1	1	1	5	7
1	1	1	6	6
1	1	2	2	9
1	1	2	3	8
1	1	2	4	7
1	1	2	5	6
1	1	3	3	7
1	1	3	4	6
1	1	3	5	5
1	1	4	4	5
1	2	2	2	8

1	2	2	3	7
1	2	2	4	6
1	2	2	5	5
1	2	3	3	6
1	2	3	4	5
1	3	3	3	5
1	3	3	4	4
2	2	2	2	7
2	2	2	3	6
2	2	2	4	5
2	2	3	3	5
2	2	3	4	4
2	3	3	3	4
3	3	3	3	3

En total hay 30 formas posibles.

Problema 2: estrategia 2

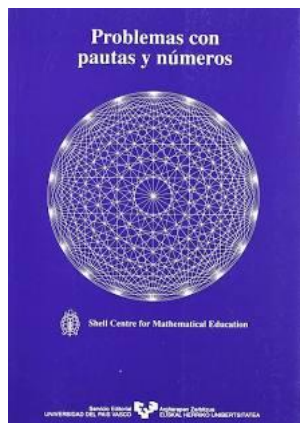
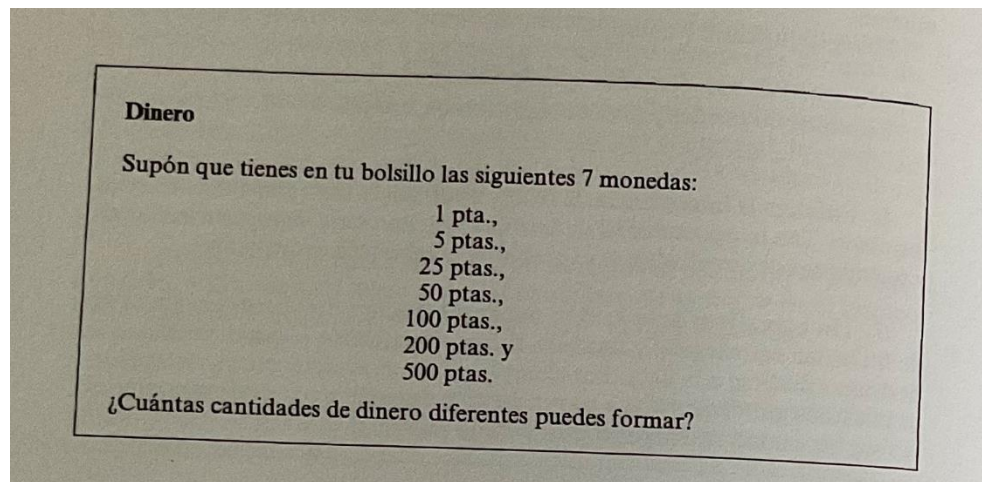
Distribuye, de todas las maneras posibles, 15 monedas de euro en cinco montones.

1	1	1	1	11
1	1	1	2	10
1	1	1	3	9
1	1	2	2	9
1	1	1	4	8
1	1	2	3	8
1	2	2	2	8
1	1	1	5	7
1	1	2	4	7
1	1	3	3	7
1	2	2	3	7
2	2	2	2	7
1	1	1	6	6
1	1	2	5	6
1	1	3	4	6
1	2	2	4	6

1	2	3	3	6
2	2	2	3	6
1	1	3	5	5
1	2	2	5	5
1	1	4	4	5
1	2	3	4	5
2	2	2	4	5
1	3	3	3	5
2	2	3	3	5
1	2	4	4	4
1	3	3	4	4
2	2	3	4	4
2	3	3	3	4
3	3	3	3	3

En total hay 30 formas posibles.

Recuento sistemático



Shell Centre for Mathematical Education. (1993).
Problemas con pautas y números. Servicio
Editorial de la Universidad del País Vasco.

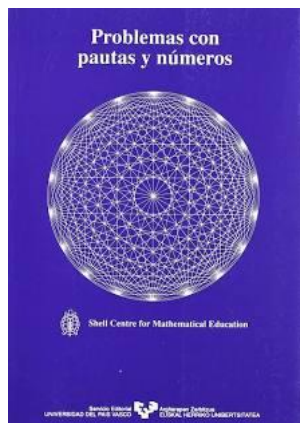
Recuento sistemático

Dinero

Supón que tienes en tu bolsillo las siguientes 7 monedas:

- 1 pta.,
- 5 ptas.,
- 25 ptas.,
- 50 ptas.,
- 100 ptas.,
- 200 ptas. y
- 500 ptas.

¿Cuántas cantidades de dinero diferentes puedes formar?



Shell Centre for Mathematical Education. (1993).
Problemas con pautas y números. Servicio
Editorial de la Universidad del País Vasco.

Método 2. Recuento sistemático

							Cantidad formada
						1	1
					5		5
				5	1		6
			25				25
		25		1			26
	25	5					30
25	5	1					31
			50				50
			50		1		51
			50		5		55
			50		5	1	56
			50	25			75
			50	25		1	76
			50	25	5		80
			50	25	5	1	81
		100					100
		100				1	101

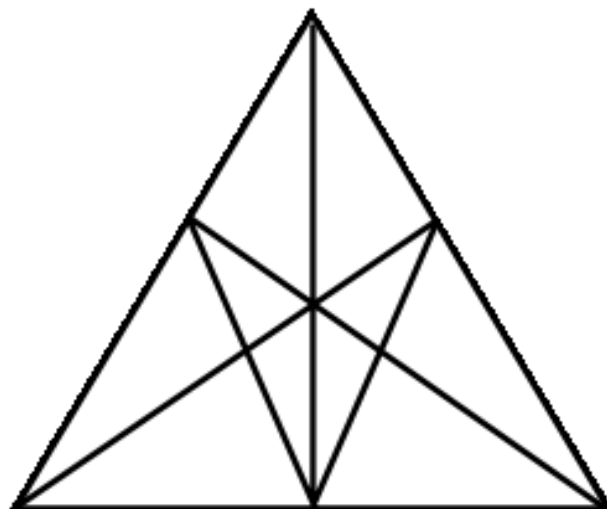
500	200	100	50	25		1	876
500	200	100	50	25	5		880
500	200	100	50	25	5	1	881

61

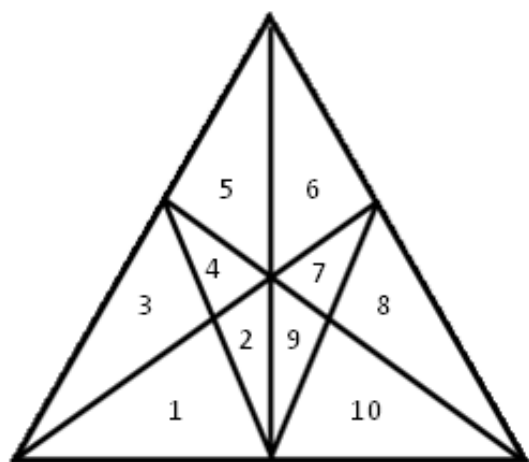
Recuento sistemático

¿Cuántos triángulos pueden verse en el dibujo?

Los triángulos deben tener sus lados sobre las líneas del dibujo.



Recuento sistemático



Que contengan 1 triángulo 10

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Que contengan 2 triángulos 8

12, 13, 24, 34, 78, 79, 810, 910

Que contengan 3 triángulos 6

245, 249, 297, 345, 678, 679

Que contengan 4 triángulos 5

1297, 12910, 24910, 3456, 5678

Que contengan 5 triángulos 2

12345, 678910

Que contengan 6 triángulos 2

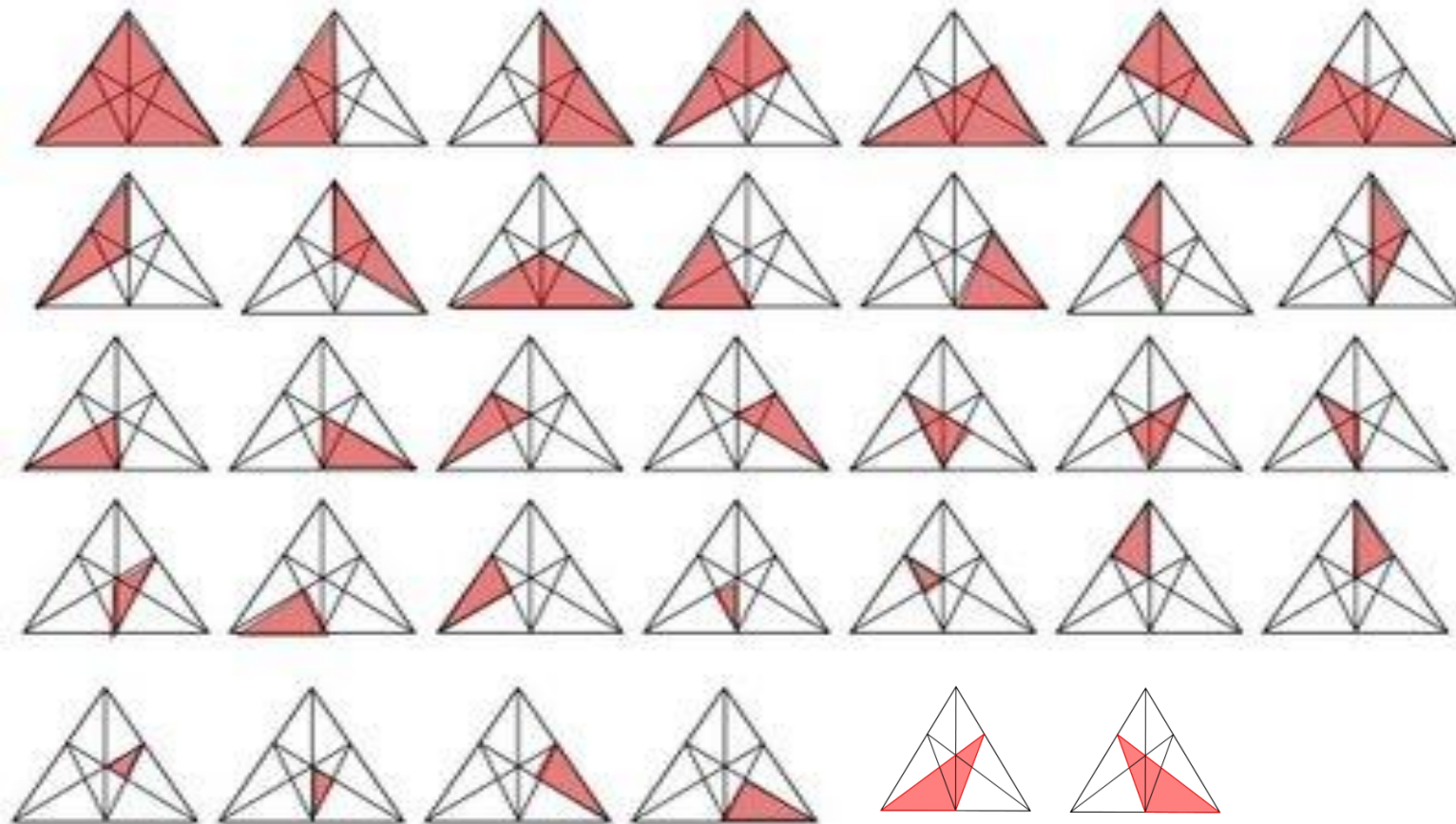
1297810, 1234910

Que contenga 10 triángulos 1

12345678910

TOTAL: 34 triángulos

Recuento sistemático

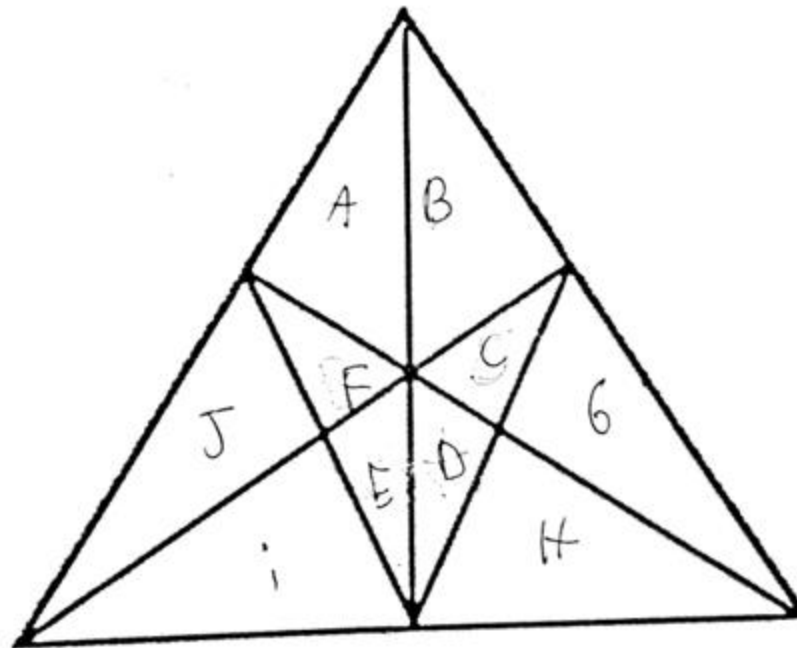


Hay 34 triángulos en total

Recuento sistemático

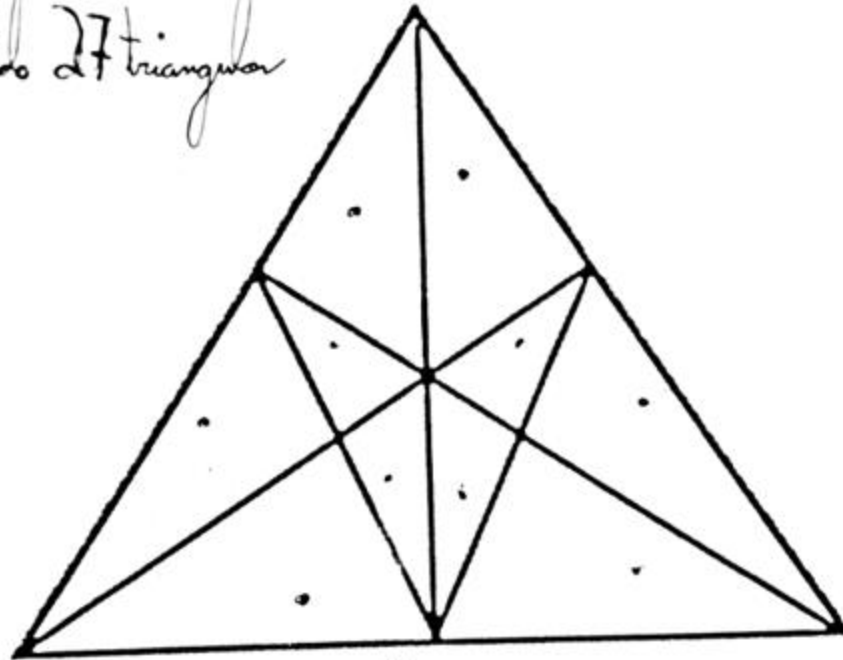
- ¿Cuántos triángulos pueden verse en el dibujo? (Los triángulos deben tener sus lados sobre las líneas del dibujo)

La respuesta es (22)

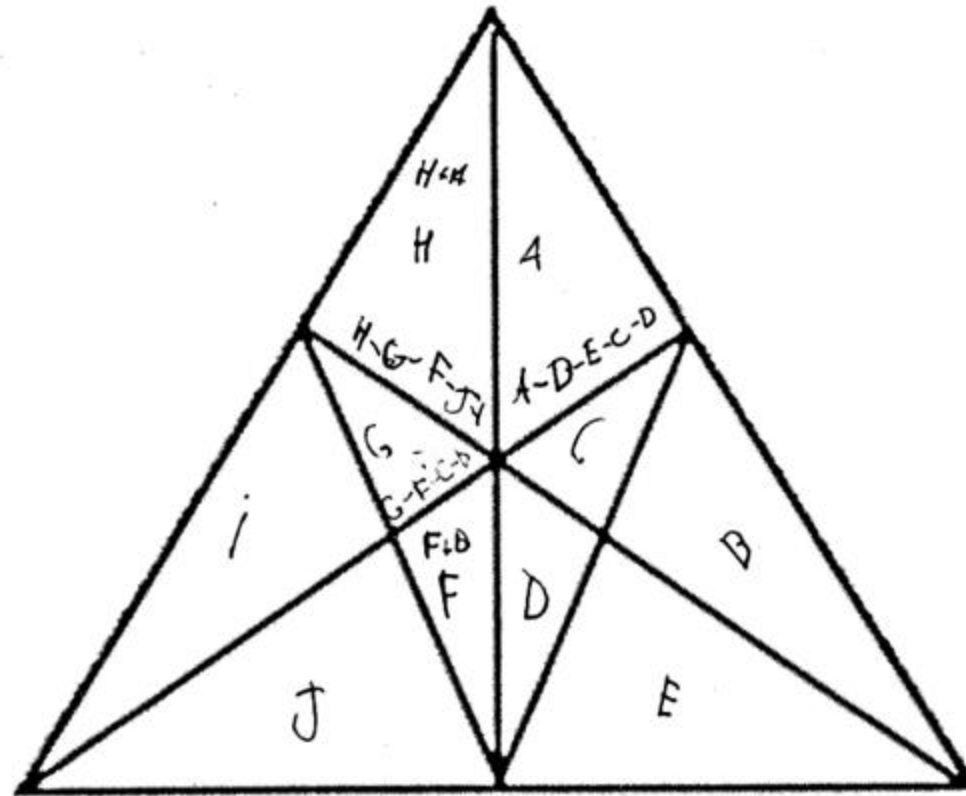


Recuento sistemático

Now a solid 27 triangular



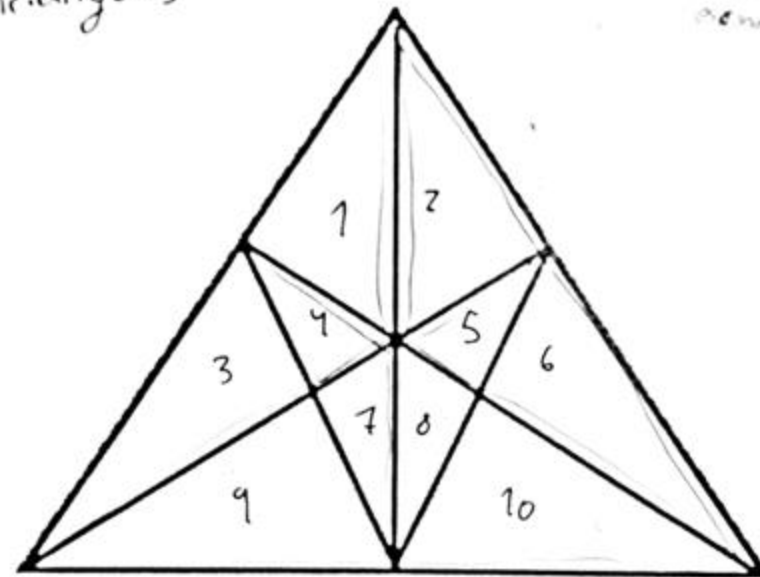
Recuento sistemático



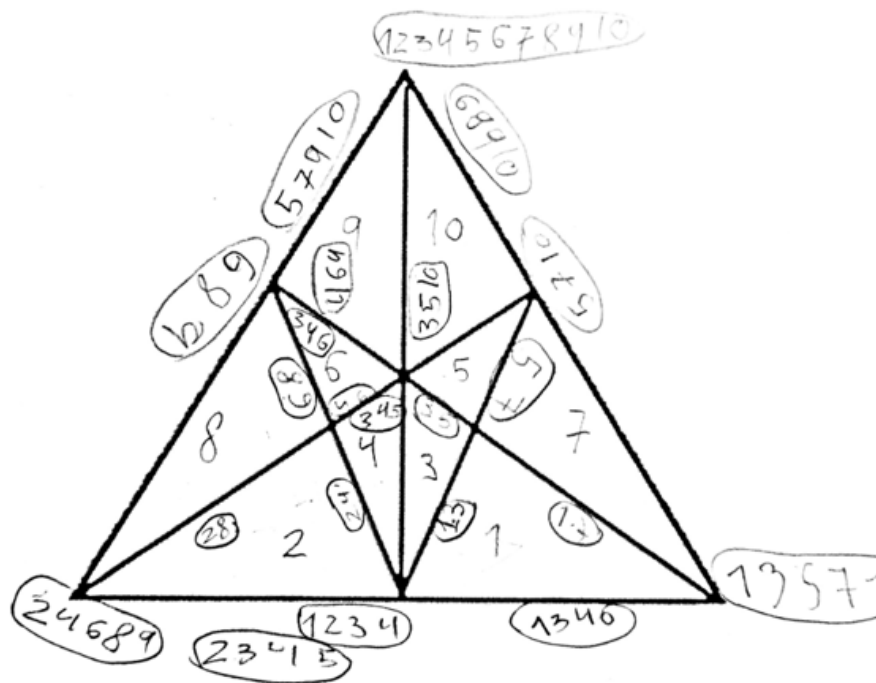
Recuento sistemático

(18) triángulos

no cuentan los
11 y 12
acertados



Recuento sistemático

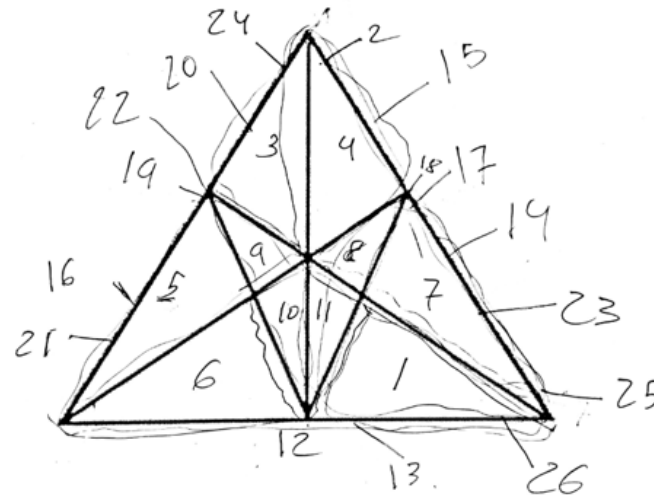


- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

1.- Contar desde los triángulos pequeños a los más grandes

32

Recuento sistemático



- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

1.- Primero hemos pensado la forma de los triángulos.

Luego le hemos dado la vuelta a la hoja porque habian triángulos alreves, hemos estado marcando los triángulos para no liarnos. Y los hemos anotado. y así lo hemos hecho.

• Respuesta: 26 triángulos.

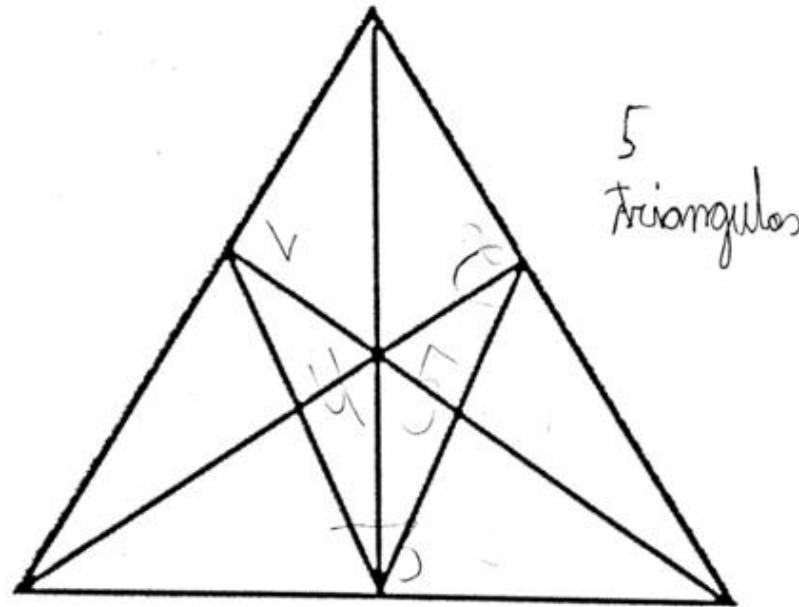
- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

1.- Me ido girando el papel para poder ver los triángulos

y me ha dado

son 15 quince

Recuento sistemático



- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

...Empezamos contando los triángulos... 5

Recuento sistemático

Para acudir a una fiesta, una señora, quiere ponerse dos pulseras y un collar. Si dispone de cinco pulseras y tres collares diferentes. ¿De cuántas maneras puede combinar sus joyas para acudir a la fiesta?

P1 P2 C1

P1 P3 C1

P2 P3 C1

P1 P4 C1

P2 P4 C1

P3 P4 C1

P1 P5 C1

P2 P5 C1

P3 P5 C1

P4 P5 C1

Hay 10 maneras usando el collar C1.

*Como puede utilizar 3 collares, el número de combinaciones es **30***

Recuento sistemático

	PULSERAS	COLLAR
1	ROSA Y VERDE	AZUL
2	ROSA Y VERDE	ROJO
3	ROSA Y VERDE	BLANCO
4	ROSA Y GRANATE	BLANCO
5	ROSA Y GRANATE	ROJO
6	ROSA Y GRANATE	AZUL
7	ROSA Y MORADO	AZUL
8	ROSA Y MORADO	BLANCO
9	ROSA Y MORADO	ROJO
10	ROSA Y ROSA CLARO	ROJO
11	ROSA Y ROSA CLARO	BLANCO
12	ROSA Y ROSA CLARO	AZUL
13	VERDE Y GRANATE	AZUL
14	VERDE Y GRANATE	BLANCO
15	VERDE Y GRANATE	ROJO
16	VERDE Y MORADO	ROJO

Recuento sistemático

1. rosa, verde y azul
2. rosa y verde, rojo
3. rosa y verde, blanco
4. rosa y granate y blanco
5. rosa y granate y rojo
6. rosa y granate azul
7. rosa y morado azul
8. rosa morado blanco
9. rosa morado rojo
10. rosa rosa claro rojo
11. rosa rosa claro blanco
12. rosa rosa claro azul
1. verde granate azul
2. verde y granate blanco

Recuento sistemático

- Para acudir a una fiesta, una señora, quiere ponerse dos pulseras y un collar. Si dispone de cinco pulseras y tres collares diferentes. ¿De cuántas maneras puede elegir sus joyas para acudir a la fiesta? Tendrá 28 joyas y las podrá elegir de 4 maneras.



- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

- 1.- Subrayar los datos de el problema
- 2.- Dibujar aver si nos da algo
- 3.- Separar y Sumar $6 + 2 = 8$ y luego sumar $1 + 3 = 4 \times 7 = 28$
- 4.- Multiplicar:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 7 \\ \hline 28 \end{array}$$

terminas como estamos.

P.1=	P.2=	P.3=	P.4=	P.5=
p.1-p.2	p.2-p.3	p.3-p.4	p.4-p.5	
p.1-p.3	p.2-p.4	p.3-p.5		
p.1-p.4	p.2-p.5			
p.1-p.5				no se pueden
				Hacer más grupos

○ p.1 ○ p.2 ○ p.3 ○ p.4 ○ p.5

10 grupos $\times$ 3 collares = 30

30

Recuento sistemático

- Pasos que habéis seguido para resolver el problema:

1.- Primero he leído el enunciado y me he puesto a pensar como lo puedo hacer

2- he dibujado $5 + 2$ pulsera

3 - he dibujado $3 + 1$ collar

Se puede poner
7 pulseras y 4 collares

Recuento sistemático

Tarea 3

En una clase de 18 alumnos quieren hacer un torneo de ajedrez de forma que cada alumno eche 2 partidas con cada uno de los demás alumnos de clase. ¿Cuántas partidas diferentes se jugarán en el torneo?

Se jugarán 306 partidos en total, lo que veremos usando varias estrategias distintas.

Recuento sistemático

Escribimos los partidos en una tabla, lo que nos permite ver que se juegan $18^2 - 18 = 18 \times 17 = 306$ partidos.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18
A1																		
A2																		
A3																		
A4																		
A5																		
A6																		
A7																		
A8																		
A9																		
A10																		
A11																		
A12																		
A13																		
A14																		
A15																		
A16																		
A17																		
A18																		

Recuento sistemático

Resolveremos primero problemas más sencillos:

- Si hay 2 alumnos: A1 y A2

Partidos jugados A1A2

Y el partido de vuelta (A2A1)

En total: 2×1

- Si hay 3 alumnos: A1, A2 y A3

Partidos jugados A1A2 A2A3

A1A3

Y los 3 partidos de vuelta.

En total: $2 \times (2 + 1)$

- Si hay 4 alumnos: A1, A2, A3 y A4

Partidos jugados A1A2 A2A3 A3A4

A1A3

A2A4

A1A4

Y los 6 partidos de vuelta. En total: $2 \times (3 + 2 + 1)$

Recuento sistemático

- Si hay 18 alumnos: A1, A2, A3, A4, A5,..... y A18

Partidos jugados:

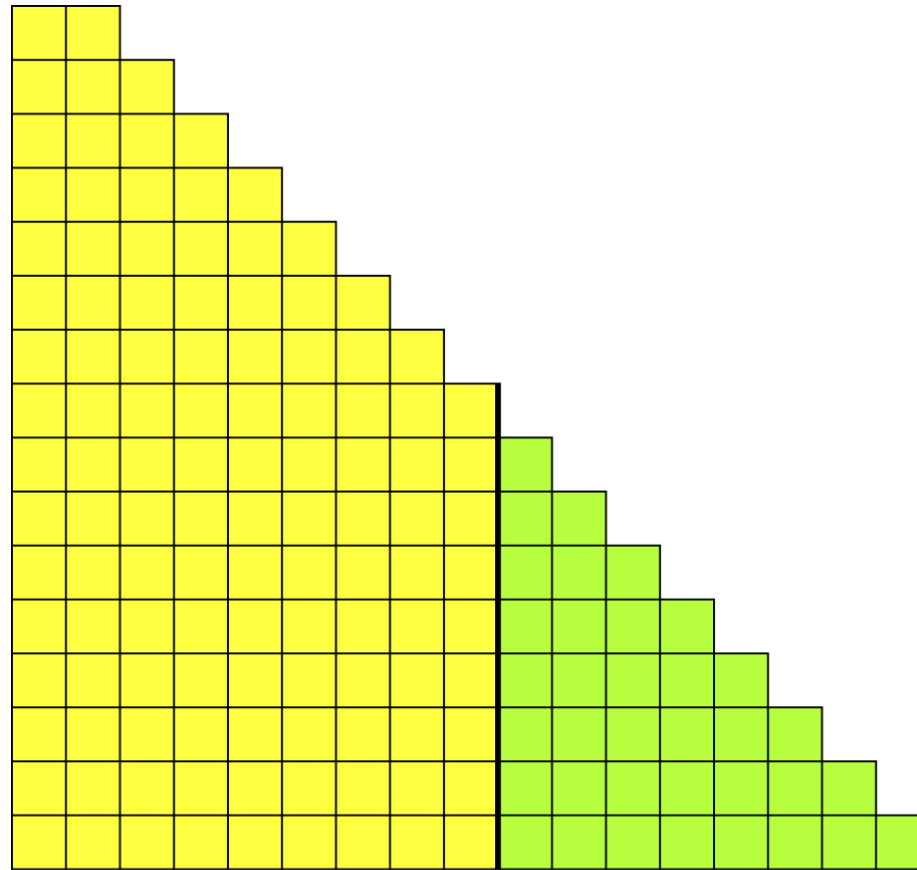
A1A2	A2A3	A3A4		A17A18
A1A3	A2A4	A3A5		
A1A4	A2A5			
A1A5				
...	...			
		A3A18		
	A2A18			
A1A18				

Y los partidos de vuelta. En total: $2 \times (17 + 16 + + 4 + 3 + 2 + 1)$

Por tanto, el número de partidos que se van a jugar en el torneo es:

$$2 \times (17 + 16 + + 4 + 3 + 2 + 1) = 2 \times \frac{17 \times 18}{2} = 17 \times 18 = \mathbf{306 \text{ partidos.}}$$

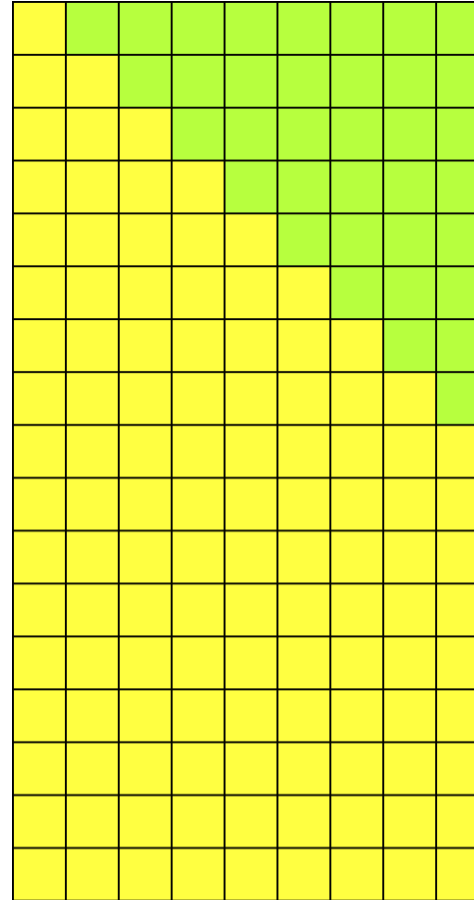
Recuento sistemático



$$17 + 16 + 15 + 14 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$$

82

Recuento sistemático



$$17 + 16 + 15 + 14 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 = 9 \times 17$$

83

Recuento sistemático

Diseñamos el torneo para que todos los niños jueguen una única partida en cada una de las clases.

En cada clase se jugarán, $18 : 2 = 9$ partidas.

Cada niño tiene que jugar $(18-1) \times 2 = 17 \times 2 = 34$ partidas. Como cada niño solo juega una partida en cada una de las clases, entonces el torneo se prolongará durante 34 clases.

Por lo que si se juegan 9 partidas de ajedrez en cada clase y el torneo consta de 34 clases, entonces se juegan un total de $34 \times 9 = 306$ partidas.

Recuento sistemático

Tener en cuenta **importancia del orden y de la repetición de los elementos.**

Colorear banderas.

Cuántos patrones diferentes?

Seleccionar ganadores...

Formas de ordenar: lineales, circulares, ...



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Muchas gracias

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT