



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Operaciones y relaciones

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT

Índice

-  Estrategias de cálculo oral.
-  Hechos numéricos.
-  Cálculo escrito.
-  Propiedades de las operaciones y relaciones entre operaciones.
-  Significados del número y de las operaciones.
-  Conexiones con el sentido algebraico.

Sentido numérico

El *sentido numérico* es una capacidad que permite relacionar los números, las operaciones, sus propiedades y los contextos en los que aparecen, para resolver los problemas (numéricos) de *forma creativa y flexible* (Sowder, 1992).

Sentido numérico

Almeida, Bruno y Perdomo (2014, 2017)

Tomás caminó 0,4828 km, Juan caminó $\frac{13}{38}$ km, María caminó $\frac{8}{15}$ km, Julia caminó $\frac{17}{16}$ km, David caminó 0,966 km y José caminó $\frac{7}{29}$ km.

Ordena las distancias que recorrieron de mayor a menor.

David tiene una granja de largo $\frac{17}{19}$ km y $\frac{6}{13}$ km de ancho. Sin calcular el valor exacto, escoge la mejor estimación del área de la granja:

- a) Mayor que $\frac{1}{2}$ km²
- b) Igual a $\frac{1}{2}$
- c) Menor que $\frac{1}{2}$
- d) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Sentido numérico

Rut Almeida, Alicia Bruno, Josefa Perdomo Díaz

ANEXO

Ítem 1. Botellas de agua

Una botella de agua de 600 ml cuesta 18 céntimos, mientras que una botella de agua de 1500 ml cuesta 35 céntimos. Estima cuál de las botellas es más rentable.

Ítem 2. Cajas

Tenemos dos cajas de regalo que queremos rodear con cinta, tal y como se representa en la ilustración. La caja A es un cubo de arista 10 cm. El alto y el diámetro de la caja B son también 10 cm. ¿Qué caja necesita más cinta?

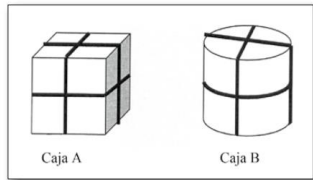


Fig. 19

Ítem 3. Cintas de colores

Victoria y María utilizaron unas cintas de colores para una tarea de clase. Victoria utilizó $\frac{30}{31}$ m y María $\frac{36}{37}$ m. ¿Quién usó más cinta?

Ítem 4. Colocar la coma decimal

Carlos utilizó una calculadora para efectuar la operación

$$0,4975 \times 9428,8 = 4690828$$

Pero olvidó escribir la coma decimal. Usa estimación para encontrar el lugar de la coma decimal.

- a) 46,90828
- b) 469,0828
- c) 4.690,828
- d) 46.908,28
- e) No puedo elegir la respuesta sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 5. Ordenar fracciones y decimales

Tomás caminó 0,4828 km, Juan caminó $\frac{13}{38}$ km, María caminó $\frac{8}{15}$ km, Julia caminó $\frac{17}{16}$ km, David caminó 0,966 km y José caminó $\frac{7}{29}$ km.

Ordena las distancias que recorrieron de mayor a menor.

Estrategias de sentido numérico en estudiantes del Grado en Matemáticas

Ítem 6. División entero-decimal

Sin calcular el valor exacto de la operación, elegir la mejor estimación para $72 \div 0,0025$:

- a) Un poco menor que 72
- b) Un poco mayor que 72
- c) Mucho menor que 72
- d) Mucho mayor que 72
- e) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 7. Área de la casa

La casa de Elena mide 103 m de largo y 48 m de ancho. Averigua cuál es la mejor estimación del área de la casa:

- a) 100×50
- b) 103×50
- c) 100×48
- d) No puedo decidirlo sin realizar los cálculos exactos.

Ítem 8. Distancia entre fracciones

Consideremos tres puntos M , N y C . M es $\frac{5}{9}$, N es $\frac{9}{19}$ y C es $\frac{1}{2}$. Sin encontrar la distancia exacta, elige quién está más cerca de C .

- a) M
- b) N
- c) M y N están a la misma distancia de C
- d) No puedo responder sin calcular la distancia exacta.

Ítem 9. Área de la granja

David tiene una granja de largo $\frac{17}{19}$ km y $\frac{6}{13}$ km de ancho. Sin calcular el valor exacto, escoge la mejor estimación del área de la granja:

- a) Mayor que $\frac{1}{2}$ km²
- b) Igual a $\frac{1}{2}$
- c) Menor que $\frac{1}{2}$
- d) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 10. Volumen de la clase

Da una estimación para el volumen de esta clase en m³.

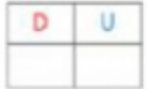
Test para evaluar el sentido numérico

Sentido numérico

Componentes del sentido numérico (Almeida, Bruno y Perdomo, 2014, 2017)

- Comprender el **significado** de los números.
- Reconocer el tamaño relativo y absoluto de los números y de las cantidades de magnitud usando **estimaciones** o propiedades para realizar comparaciones.
- Usar **puntos de referencia** para estimar un número o una magnitud cuando se realizan comparaciones o cálculos.
- Utilizar la **composición y descomposición** de los números.
- Usar múltiples **representaciones** gráficas, manipulativas o pictóricas de los números y las operaciones.
- **Comprender las operaciones** y su efecto relativo.
- Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar lo razonable de una respuesta.

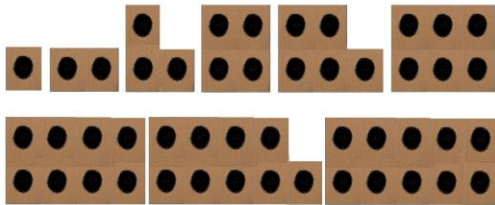
Sentido numérico



42

X

dix



diez

10

Valor	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1 millón, o infinito
Jeroglífico	I	n	9	✿	☞	☞	☞
Descripción	Trazo.	Grillete.	Cuerda enrollada.	Flor de loto.	Dedo.	Renacuajo.	El dios Heb, representado sentado con las manos alzadas.

ten



Shí (10)



Sentido numérico

SEGUNDO CICLO

A.2. Sentido de las operaciones:

- Estrategias de cálculo mental con números naturales y fracciones.
- Estrategias de reconocimiento de qué operaciones simples (suma, resta, multiplicación, división) son útiles para resolver situaciones contextualizadas.
- Construcción de las tablas de multiplicar apoyándose en número de veces, suma repetida o disposición en cuadrículas.
- Suma, resta, multiplicación y división de números naturales resueltas con flexibilidad y sentido: utilidad en situaciones contextualizadas, estrategias y herramientas de resolución y propiedades.

A.3. Relaciones:

- Sistema de numeración de base diez (hasta las unidades de millar): aplicación de las relaciones que genera en las operaciones.
- Números naturales y fracciones en contextos de la vida cotidiana: comparación y ordenación.
- Relaciones entre la suma y la resta; y la multiplicación y la división: aplicación en contextos cotidianos.

TERCER CICLO

A.2. Sentido de las operaciones:

- Estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales.
- Estrategias de reconocimiento de qué operaciones simples o combinadas (suma, resta, multiplicación, división) son útiles para resolver situaciones contextualizadas.
- Potencia como producto de factores iguales. Cuadrados y cubos.
- Estrategias de resolución de operaciones aritméticas (con números naturales, decimales y fracciones) con flexibilidad y sentido: mentalmente, de manera escrita o con calculadora; utilidad en situaciones contextualizadas y propiedades.

A.3. Relaciones:

- Sistema de numeración de base diez (números naturales y decimales: aplicación de las relaciones que genera en las operaciones.
- Números naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas en contextos de la vida cotidiana: comparación y ordenación.
- Relaciones entre las operaciones aritméticas: aplicación en contextos cotidianos.
- Relación de divisibilidad: múltiplos y divisores.
- Relación entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes.

Estrategias de cálculo oral

Estrategias de cálculo oral

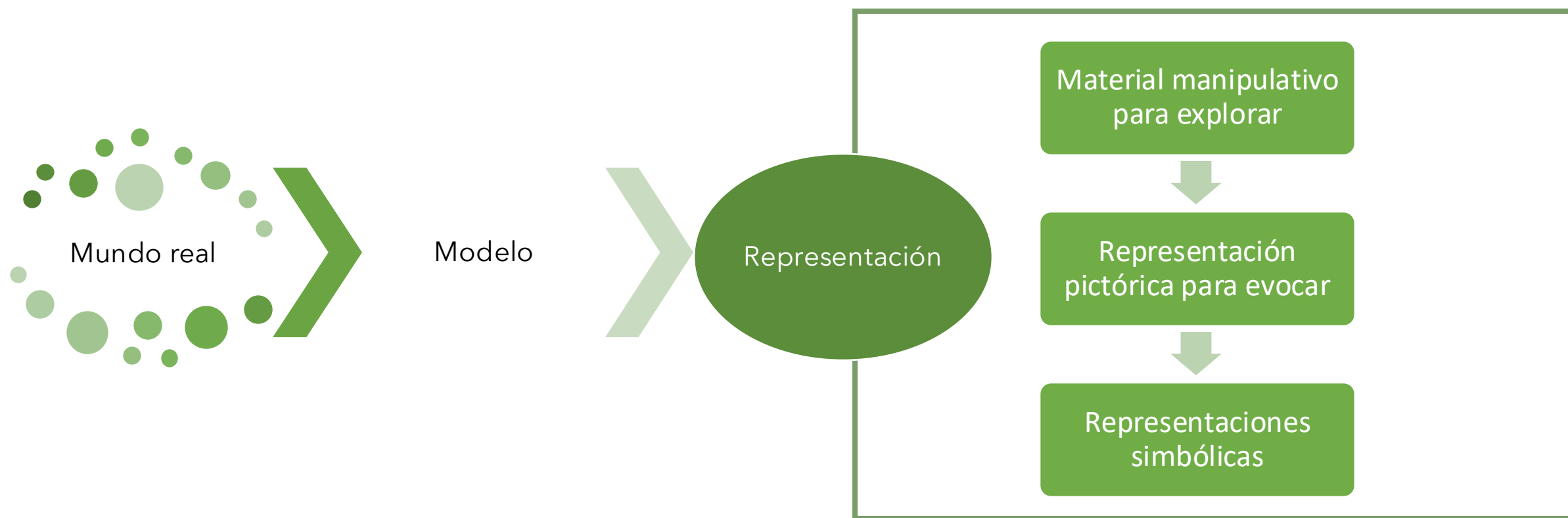
El objetivo no debe ser que el alumnado sea rápido calculando, que haga muchas cuentas en poco tiempo, ni que reproduzca mentalmente los algoritmos escritos, ...

El objetivo es enseñar y aprender estrategias de cálculo flexibles, comprender las propiedades de las operaciones, ser capaces de estimar resultados de operaciones complejas.

Estrategias de cálculo oral

- Deben preceder a las técnicas de cálculo escrito.
- Introducir / acompañar con uso de material manipulativo y representación pictórica.
- Usar situaciones contextualizadas en momentos clave de comprensión de la estrategia.
- No es necesario introducir simbolismo (al menos no de forma adelantada).
- Cuando se introduce simbolismo es preferible escribir en horizontal.
- Deben acompañar al proceso de cálculo escrito.

El proceso de representación



Estrategias de cálculo oral

Conmutación de términos

Para sumar “nueve más veintiséis”, sumar “veintiséis más nueve”.

$$9+26=26+9$$

Omisión de ceros finales

“ciento cuarenta más ciento setenta”, “catorce más diecisiete, treinta y uno, trescientos diez”. $140+170$. $14+17=31$. $140+170=310$

Estrategias de cálculo oral

Descomposición de términos

“sesenta y seis más veintiocho”, “sesenta y seis más veinticuatro”, “noventa más cuatro”. $66+28=66+24+4=90+4$.

“sesenta y seis menos veintiocho”, “sesenta y seis menos veinte, cuarenta y seis, menos ocho, treinta y ocho”. $66-28=66-20-8=46-8=38$.

Compensación de términos

“sesenta y seis más veintiocho”, “setenta más veinte cuatro, noventa y cuatro”. $66+28=70+24=94$.

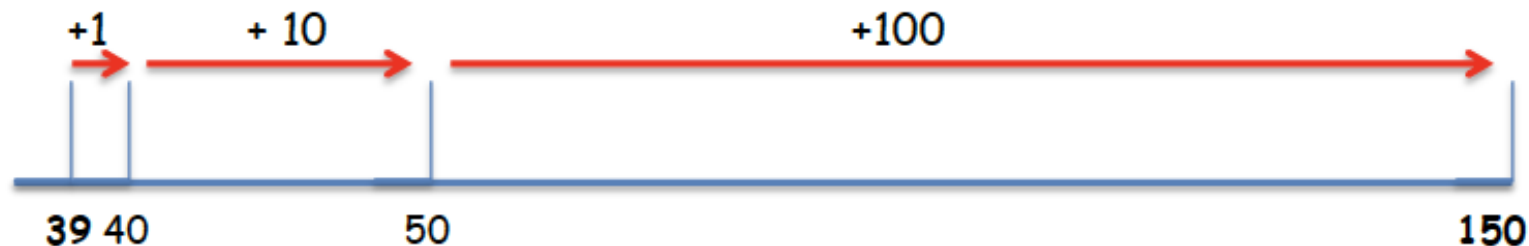
“sesenta y seis menos veintiocho”, “sesenta y ocho menos treinta, treinta y ocho”. $66-28=68-30=38$.

Estrategias de cálculo oral

Sumar en vez de restar

Consiste en convertir la resta en una suma.

Un ejemplo $150 - 39$ utilizando la **RECTA NUMÉRICA**



Estrategias de cálculo oral

1º. Conmutar factores. $12 \times 250 = 250 \times 12$

2º. Omisión de ceros finales.

Para 250×12 pensar en 25×12 , y después de operar multiplicar x 10.

3º. Descomposición

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = 250 \times 10 + 250 \times 2 = 2500 + 500$

- **División:** $1680 : 14 = 1400 : 14 + 280 : 14 = 100 + 20$

4º. Factorización

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = 250 \times (2 \times 6) = (250 \times 2) \times 6 = 500 \times 6$

- **División:** $1680 : 14 = 1680 : (2 \times 7) = (1680:2) : 7 = 840 : 7$

5º. Compensación

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = (250 \times 4) \times (12:4) = 1000 \times 3 = 3000$

- **División:** $1680 : 14 = (1680 : 2) : (14 : 2) = 840:7 = (700+140):7=100+20=120$ Luego hay que hacer la op inv en el resto

$1682:14$ C=120 R=2 $841:7$ C=120 R=1

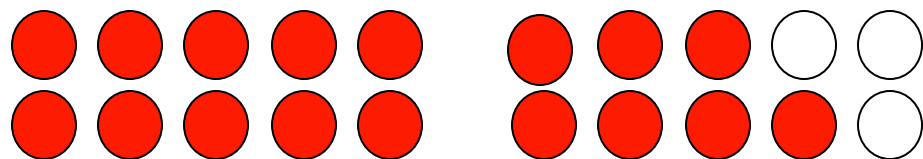
Estrategias de cálculo oral

Operación	Técnicas de cálculo oral
75 x 3	
55 x 99	
24 x 25	
6 x 27	
66 x 5	
15 x 88	
95 x 50	
8 x 59	
125 x 2000	

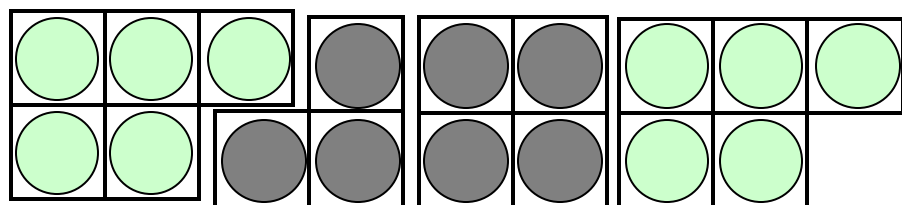
Estrategias de cálculo oral

Operación	Estrategias de cálculo mental
75 x 3	$75 + 75 + 75 = 225$ (3º) $75 \times 2 + 75 = 150 + 75 = 225$ (3º)
55 x 99	$55 \times 100 - 55 = 5500 - 55 = 5445$ (3º)
24 x 25	$(24 : 4) \times (25 \times 4) = 6 \times 100 = 600$ (5º + 2º)
6 x 27	$27 \times 3 \times 2 = 81 \times 2 = 162$ (1º + 4º) $6 \times 3 \times 3 \times 3 = 18 \times 3 \times 3 = 54 \times 3 = 162$ (4º)
66 x 5	$(66 \times 10) : 2 = 660 : 2 = 330$ (4º+2º)
15 x 88	$88 \times 15 = 88 \times (10 + 5) = 880 + (880 : 2) = 1320$ (1º + 2º + 3º + 4º) $(15 \times 2) \times (88 : 2) = 30 \times 44 = 30 \times 40 + 30 \times 4 = 1200 + 120 = 1320$ (5º + 3º + 2º)
95 x 50	$(95 \times 100) : 2 = 9500 : 2 = 4750$ (4º + 2º) $50 \times 95 = 50 \times (100 - 5) = 5000 - (50 \times 5) = 4750$ (1º+3º+2º)
8 x 59	$(8 \times 60) - 8 = 480 - 8 = 472$ (2º)
125 x 2000	$250 \times 1000 = 250000$ (5º + 2º)

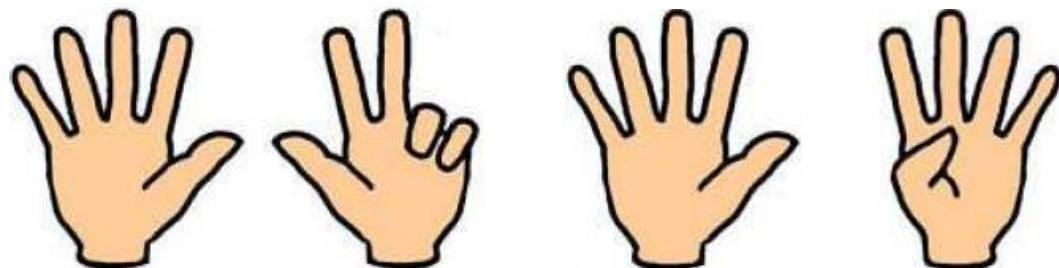
Estrategias de cálculo oral



**Configuraciones
puntuales
o ábaco**

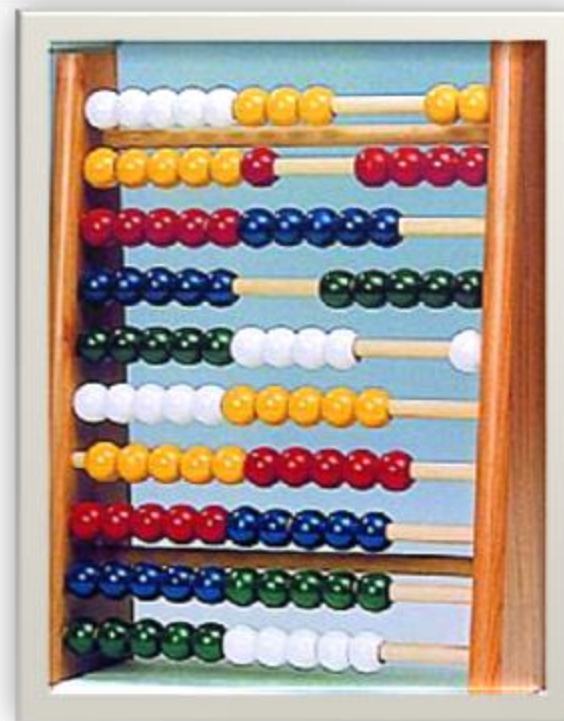
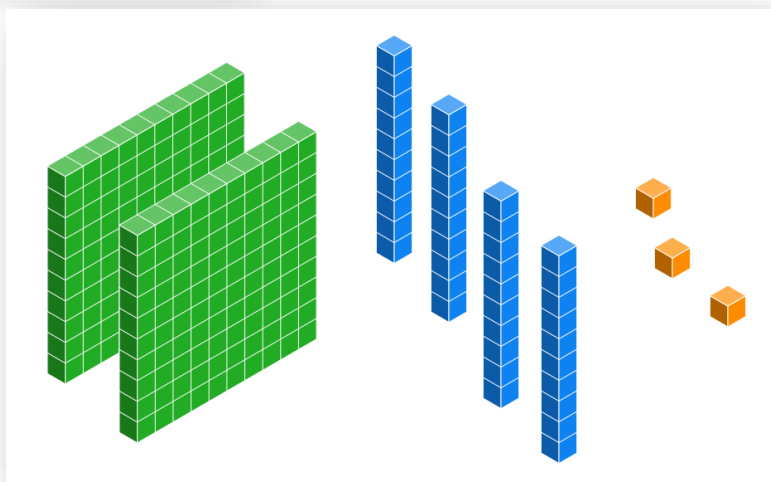
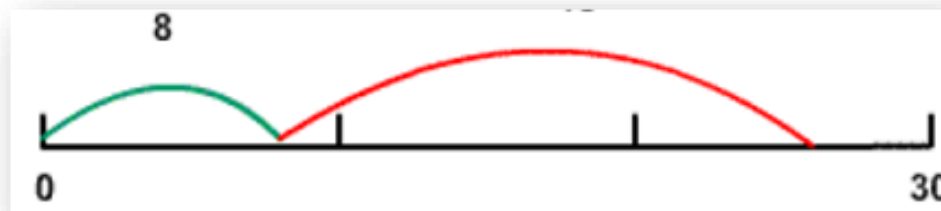


Regletas Herbinière-Lebert

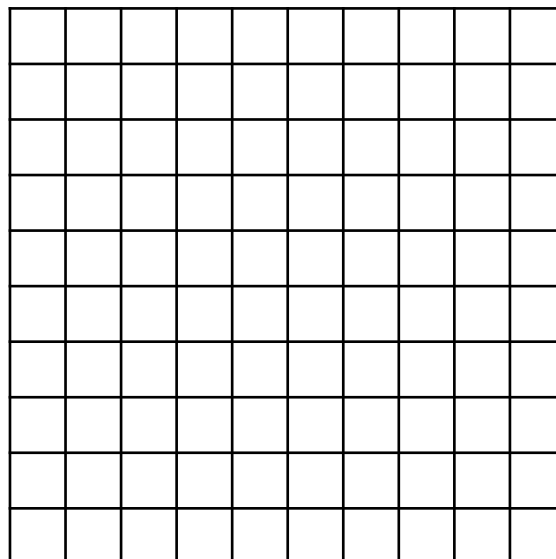
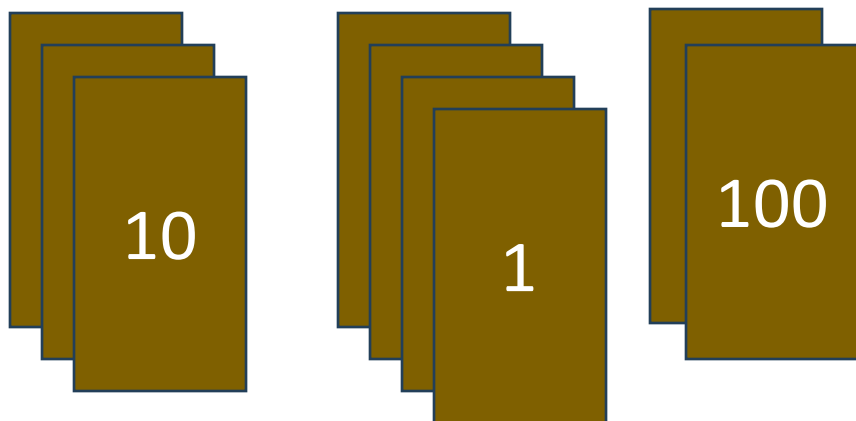


Dedos de las manos

Estrategias de cálculo oral



Estrategias de cálculo oral



MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Numbers 1-100										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	

Hechos numéricos

Hechos numéricos

0+0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1+0	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2+0	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3+0	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4+0	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5+0	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6+0	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7+0	7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8+0	8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9+0	9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Hechos numéricos

Técnicas orales para construir y recordar la tabla de la suma

Buscar dobles

Preguntan: “seis más siete”, y pensamos: “seis más seis, doce, más uno, trece”.

Preguntan: “seis más siete”, y pensamos: “siete y siete, catorce, menos uno, trece”.

Persona normal: $7+6 = 13$

Yo:

* Si $7 + 7 = 14$, y le resto 1 serían 13 *



Hechos numéricos

Técnicas orales para construir y recordar la tabla de la suma

Completar o reducir a diez

Preguntan: “nueve y seis”, y pensamos: “nueve y una, diez, y cinco, quince” ($6 = 1 + 5$)

Preguntan: “trece menos siete”, y pensamos: “trece menos tres, diez, menos cuatro, seis” ($7 = 3 + 4$)

Sumar en vez de restar

Preguntan “nueve menos tres” y pensamos “son seis porque tres más seis son nueve”.

Hechos numéricos

Addition Chart (1-10)										
+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Hechos numéricos

MULTIPLICATION													
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	

Hechos numéricos

MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Tabla del 1
 $1 \times 1 = 1$
 $2 \times 1 = 2$
 $3 \times 1 = 3$
 $4 \times 1 = 4$
 $5 \times 1 = 5$
 $6 \times 1 = 6$
 $7 \times 1 = 7$
 $8 \times 1 = 8$
 $9 \times 1 = 9$
 $10 \times 1 = 10$

Tabla del 2
 $1 \times 2 = 2$
 $2 \times 2 = 4$
 $3 \times 2 = 6$
 $4 \times 2 = 8$
 $5 \times 2 = 10$
 $6 \times 2 = 12$
 $7 \times 2 = 14$
 $8 \times 2 = 16$
 $9 \times 2 = 18$
 $10 \times 2 = 20$

Tabla del 3
 $1 \times 3 = 3$
 $2 \times 3 = 6$
 $3 \times 3 = 9$
 $4 \times 3 = 12$
 $5 \times 3 = 15$
 $6 \times 3 = 18$
 $7 \times 3 = 21$
 $8 \times 3 = 24$
 $9 \times 3 = 27$
 $10 \times 3 = 30$

Tabla del 4
 $1 \times 4 = 4$
 $2 \times 4 = 8$
 $3 \times 4 = 12$
 $4 \times 4 = 16$
 $5 \times 4 = 20$
 $6 \times 4 = 24$
 $7 \times 4 = 28$
 $8 \times 4 = 32$
 $9 \times 4 = 36$
 $10 \times 4 = 40$

Tabla del 5
 $1 \times 5 = 5$
 $2 \times 5 = 10$
 $3 \times 5 = 15$
 $4 \times 5 = 20$
 $5 \times 5 = 25$
 $6 \times 5 = 30$
 $7 \times 5 = 35$
 $8 \times 5 = 40$
 $9 \times 5 = 45$
 $10 \times 5 = 50$

Tabla del 6
 $1 \times 6 = 6$
 $2 \times 6 = 12$
 $3 \times 6 = 18$
 $4 \times 6 = 24$
 $5 \times 6 = 30$
 $6 \times 6 = 36$
 $7 \times 6 = 42$
 $8 \times 6 = 48$
 $9 \times 6 = 54$
 $10 \times 6 = 60$

Tabla del 7
 $1 \times 7 = 7$
 $2 \times 7 = 14$
 $3 \times 7 = 21$
 $4 \times 7 = 28$
 $5 \times 7 = 35$
 $6 \times 7 = 42$
 $7 \times 7 = 49$
 $8 \times 7 = 56$
 $9 \times 7 = 63$
 $10 \times 7 = 70$

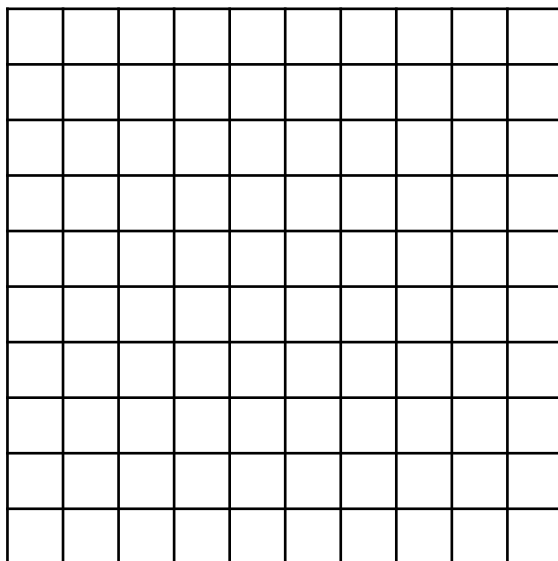
Tabla del 8
 $1 \times 8 = 8$
 $2 \times 8 = 16$
 $3 \times 8 = 24$
 $4 \times 8 = 32$
 $5 \times 8 = 40$
 $6 \times 8 = 48$
 $7 \times 8 = 56$
 $8 \times 8 = 64$
 $9 \times 8 = 72$
 $10 \times 8 = 80$

Tabla del 9
 $1 \times 9 = 9$
 $2 \times 9 = 18$
 $3 \times 9 = 27$
 $4 \times 9 = 36$
 $5 \times 9 = 45$
 $6 \times 9 = 54$
 $7 \times 9 = 63$
 $8 \times 9 = 72$
 $9 \times 9 = 81$
 $10 \times 9 = 90$

Tabla del 10
 $1 \times 10 = 10$
 $2 \times 10 = 20$
 $3 \times 10 = 30$
 $4 \times 10 = 40$
 $5 \times 10 = 50$
 $6 \times 10 = 60$
 $7 \times 10 = 70$
 $8 \times 10 = 80$
 $9 \times 10 = 90$
 $10 \times 10 = 100$

Hechos numéricos

MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

3.



El mago tiene varias chaquetas y pantalones para combinar y lucir en sus trucos. ¿Cuántos trajes diferentes puede lucir combinando las chaquetas y los pantalones del perchero?

Señala la única representación adecuada para calcular la solución.

A.



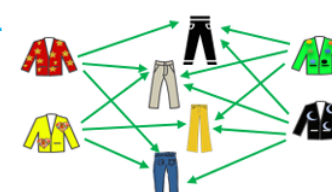
B.



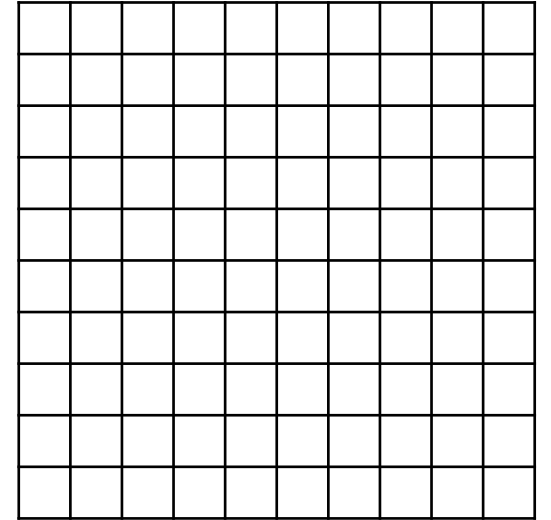
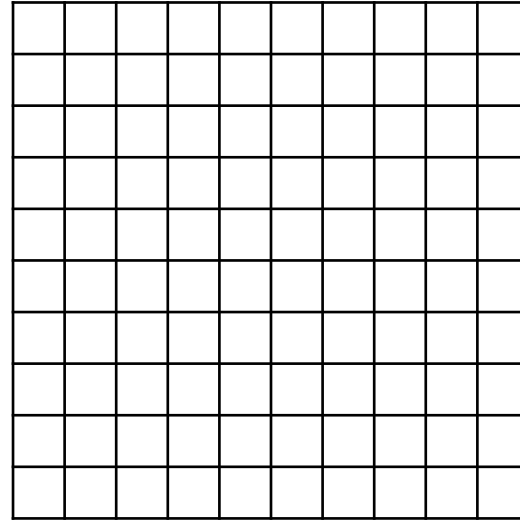
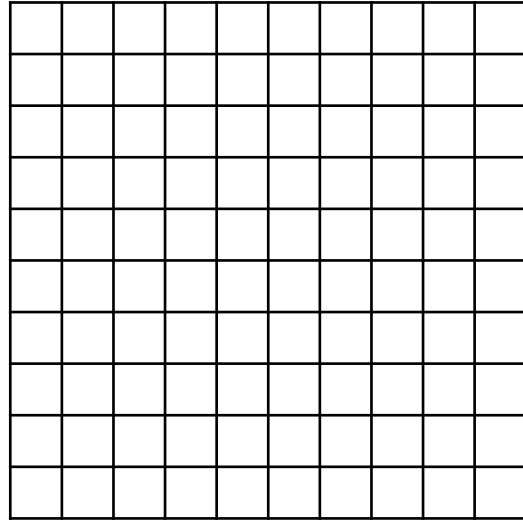
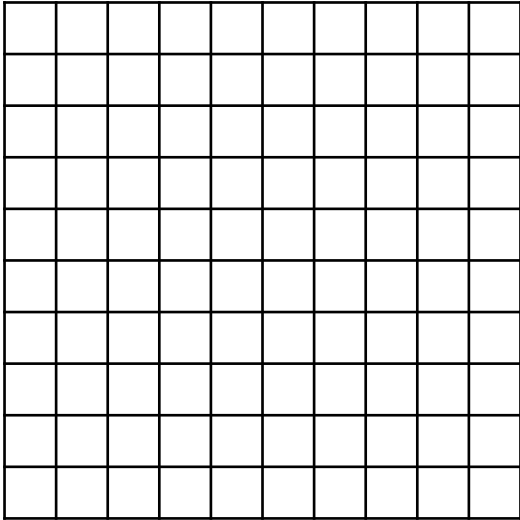
C.

	1	2	3	4
Chaquetas				
Pantalones				

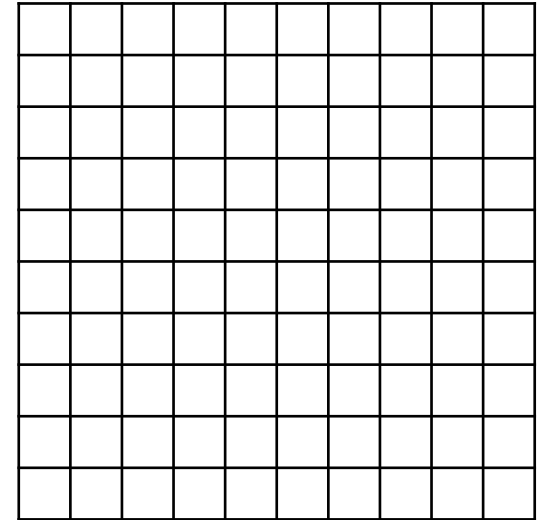
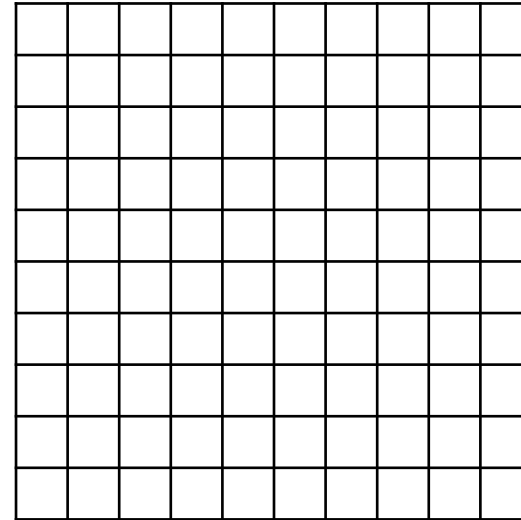
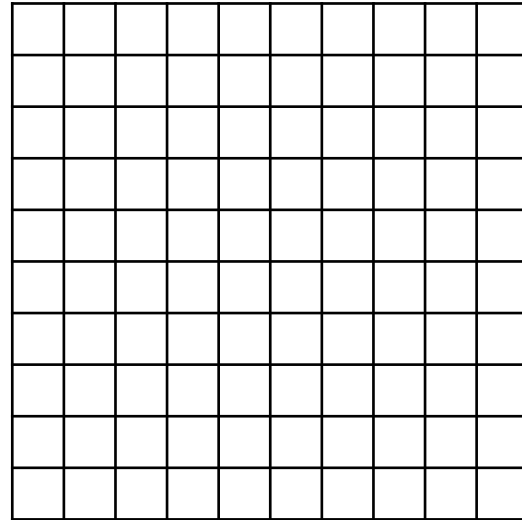
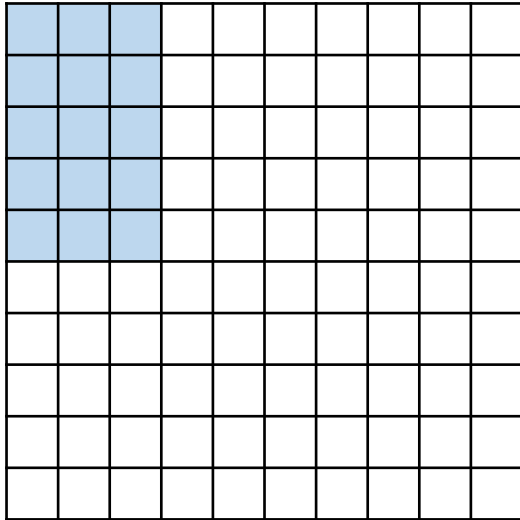
D.



Hechos numéricos



Hechos numéricos



MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Hechos numéricos

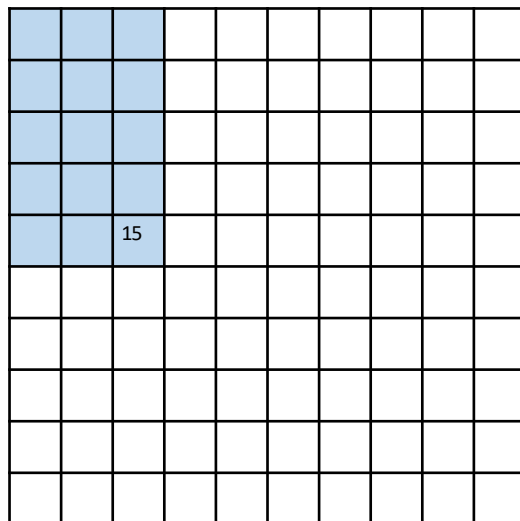
3

5

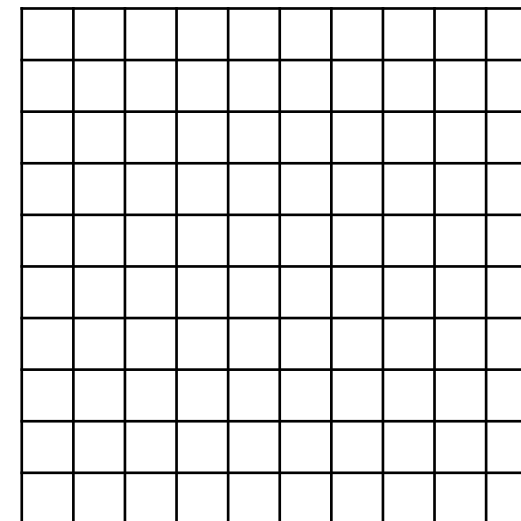
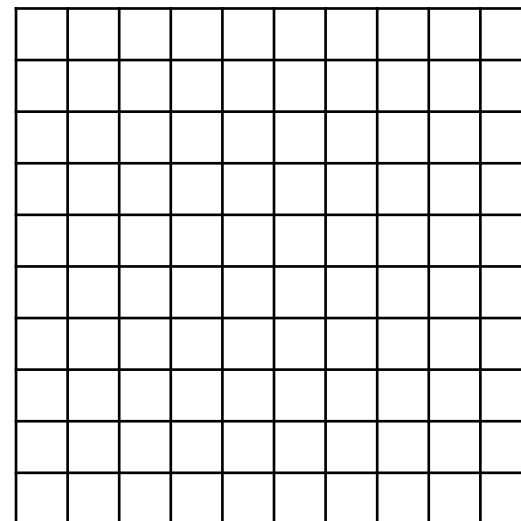
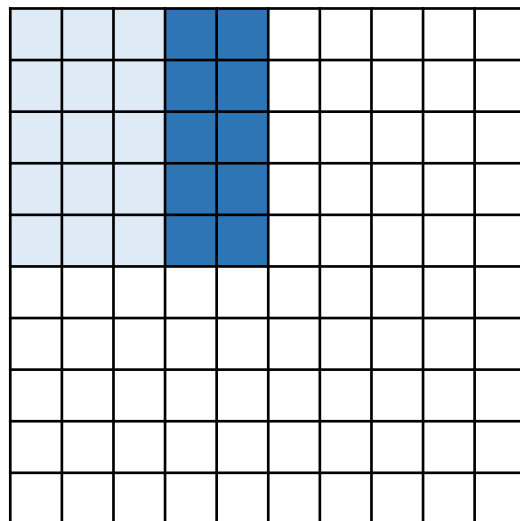
MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Hechos numéricos

3

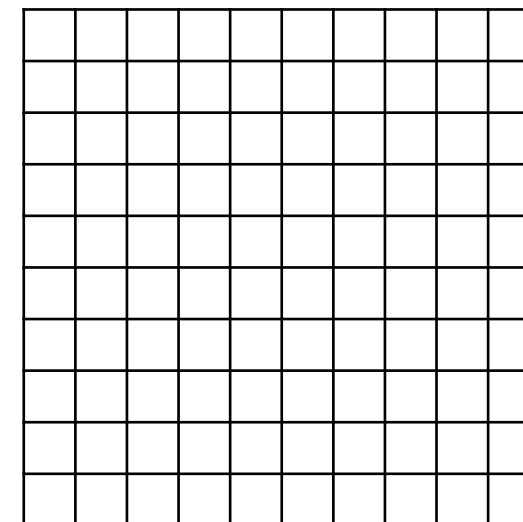
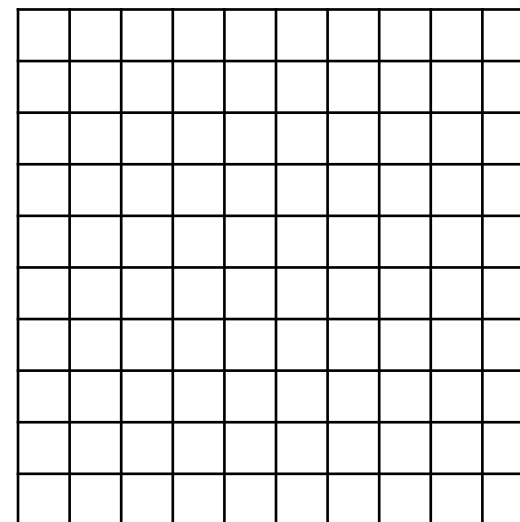
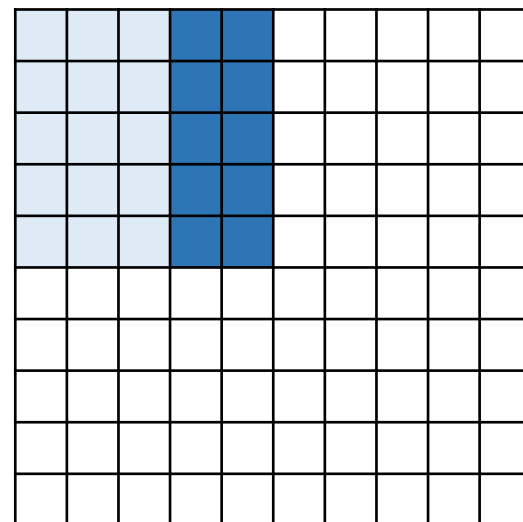
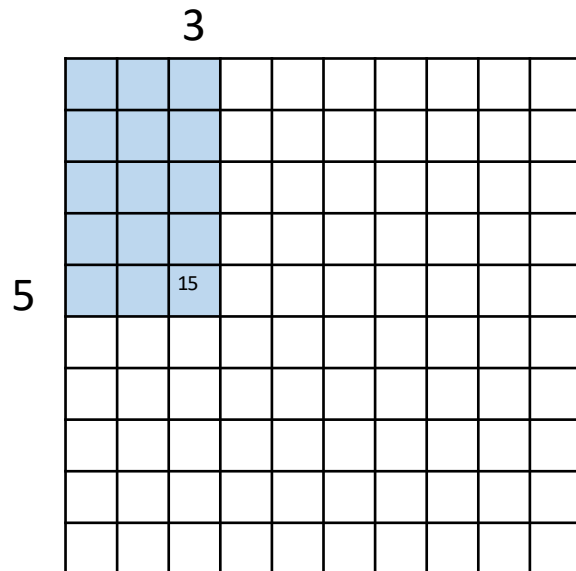


5



MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Hechos numéricos

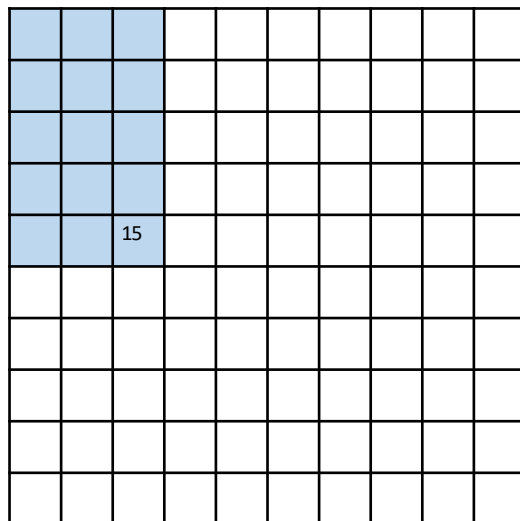


MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

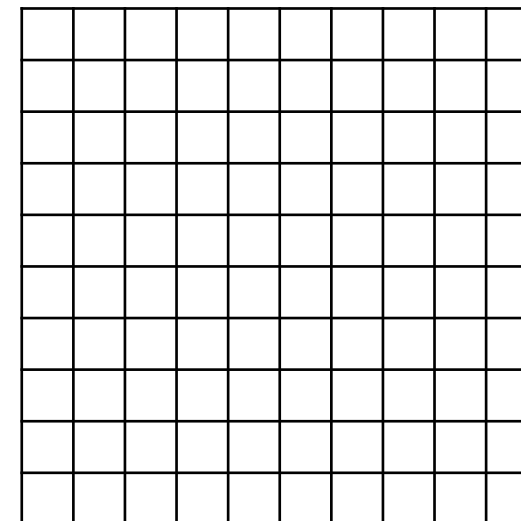
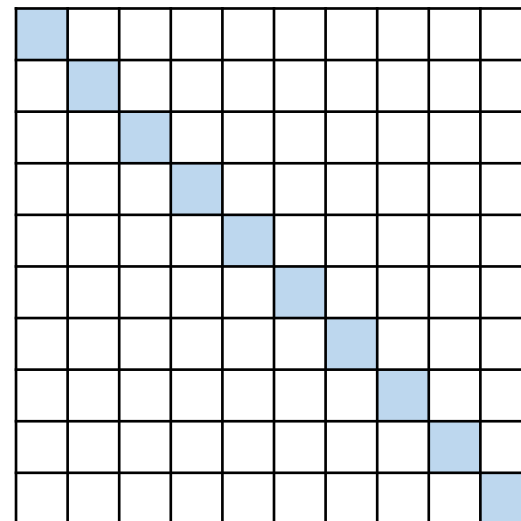
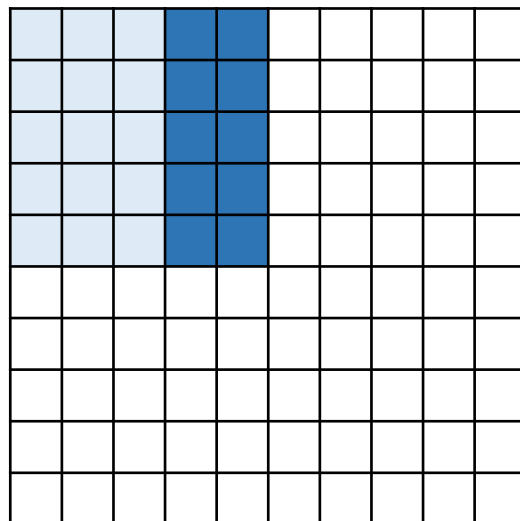
$$5 \times (3+2) = 5 \times 3 + 5 \times 2$$

Hechos numéricos

3



5

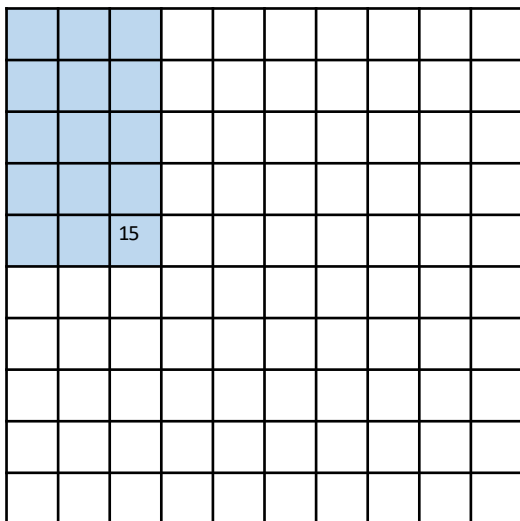


MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

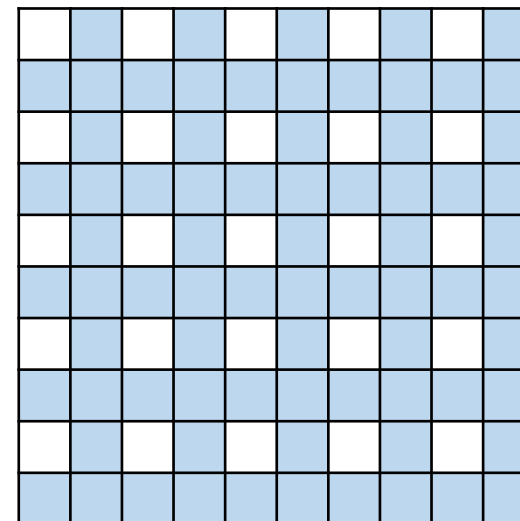
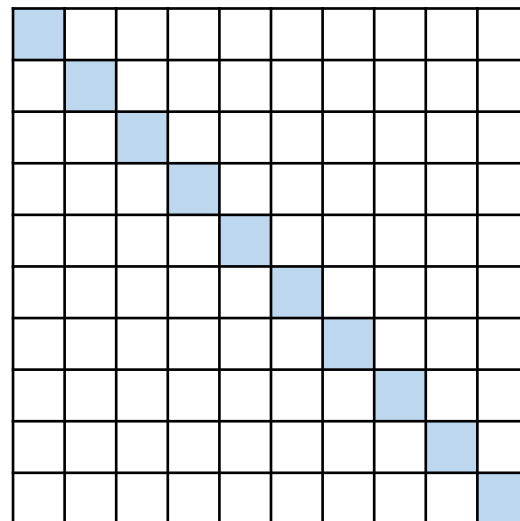
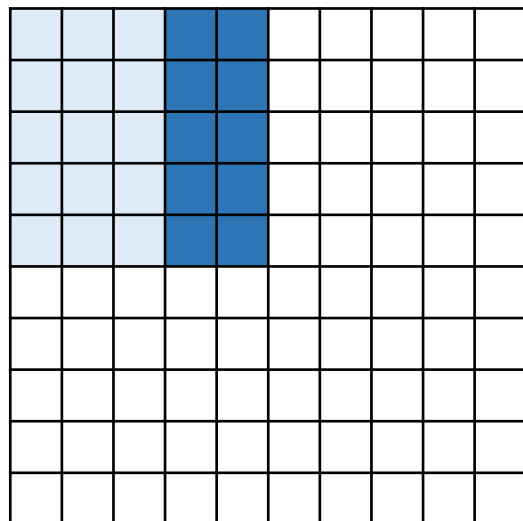
$$5 \times (3+2) = 5 \times 3 + 5 \times 2$$

Hechos numéricos

3



5



MULTIPLICATION												
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

$$5 \times (3+2) = 5 \times 3 + 5 \times 2$$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Hechos numéricos

- ¿En las tablas de multiplicar, hay más números pares o impares? ¿Por qué sucede esto?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

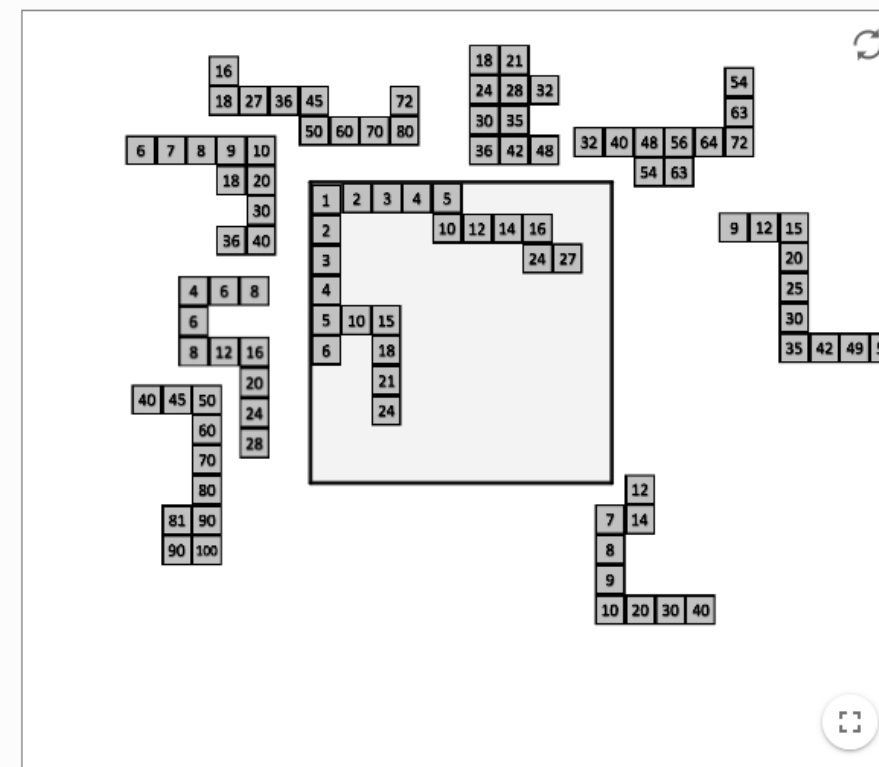
Hay más pares. En las tablas de los pares todos son pares. En las tablas de los impares hay 4 pares y 5 impares.

Hay más pares. Al multiplicar un par por cualquier número sale par. Al multiplicar un impar por un par sale par. Y solo al multiplicar dos impares sale impar.

Hechos numéricos

<https://nrich.maths.org/problems/multiplication-square-jigsaw>

Complete this jigsaw of the 1 to 10 multiplication square.



You could print off this [sheet of the square and the pieces](#) to cut out.

Hechos numéricos

https://www.nctm.org/tools/mathresources/nctm_productgame.html

▶ Player 1

Player 2

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

123456789

Hechos numéricos

Propuesta para enseñar las tablas de multiplicar

El objetivo último del aprendizaje de las tablas de multiplicar es el de memorizarlas.

Proponemos que:

El alumno construya las tablas utilizando estrategias de cálculo mental con la intención de que pueda reconstruirlas ante un eventual fallo de la memoria.

La enseñanza de las tablas de multiplicar, al menos, debe ofrecer a los alumnos todas las posibilidades, garantizando al menos, una estrategia mínima: la suma reiterada

5×7 como $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

9×6 como $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$

Hechos numéricos

Se puede aventurar un **orden en la presentación**.

Prescindiendo de la estrategia de la suma por reiteración completa, tendríamos el siguiente esquema de actuación:

- a) la **tabla del 2 duplicando el multiplicando**
- b) la **tabla del 3** a partir de la tabla del 2 añadiendo el multiplicando.
- c) la **tabla del 4** duplicando la tabla del 2
- d) la **tabla del 8** duplicando la tabla del 4

- e) la **tabla del 10** al añadir al multiplicando un cero.
- f) la **tabla del 5** al hacer la mitad de la tabla del 10.
- g) la **tabla del 9** al multiplicar por 10 y restar el multiplicando.

- h) la **tabla del 6** al triplicar el multiplicando y después duplicar el resultado
- i) la **tabla del 7** al sumar las tablas del 5 y del 2, o la **del 6 y añadir el multiplicando**.

Hechos numéricos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4								
3	6								
4	8								
5	10								
6	12								
7	14								
8	16								
9	18								
10	20								

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6							
3	6	9							
4	8	12							
5	10	15							
6	12	18							
7	14	21							
8	16	24							
9	18	27							
10	20	30							

Hechos numéricos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4		8						
3	6		12						
4	8		16						
5	10		20						
6	12		24						
7	14		28						
8	16		32						
9	18		36						
10	20		40						

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4		8				16		
3	6		12				24		
4	8		16				32		
5	10		20				40		
6	12		24				48		
7	14		28				56		
8	16		32				64		
9	18		36				72		
10	20		40				80		

Hechos numéricos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8				16		20
3	6	9	12				24		30
4	8	12	16				32		40
5	10	15	20				40		50
6	12	18	24				48		60
7	14	21	28				56		70
8	16	24	32				64		80
9	18	27	36				72		90
10	20	30	40				80		100

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10			16		20
3	6	9	12	15			24		30
4	8	12	16	20			32		40
5	10	15	20	25			40		50
6	12	18	24	30			48		60
7	14	21	28	35			56		70
8	16	24	32	40			64		80
9	18	27	36	45			72		90
10	20	30	40	50			80		100

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10			16	18	20
3	6	9	12	15			24	27	30
4	8	12	16	20			32	36	40
5	10	15	20	25			40	45	50
6	12	18	24	30			48	54	60
7	14	21	28	35			56	63	70
8	16	24	32	40			64	72	80
9	18	27	36	45			72	81	90
10	20	30	40	50			80	90	100

Hechos numéricos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12		16	18	20
3	6	9	12	15	18		24	27	30
4	8	12	16	20	24		32	36	40
5	10	15	20	25	30		40	45	50
6	12	18	24	30	36		48	54	60
7	14	21	28	35	42		56	63	70
8	16	24	32	40	48		64	72	80
9	18	27	36	45	54		72	81	90
10	20	30	40	50	60		80	90	100

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Práctica productiva

El Rey de las Hadas te invita a sentarte frente a él: - Diseña, para mí, un castillo con hermosas torres.

El rey tiene suficiente dinero para pagar por diez pisos y te dice que distribuyas estos diez pisos como quieras entre tus torres.

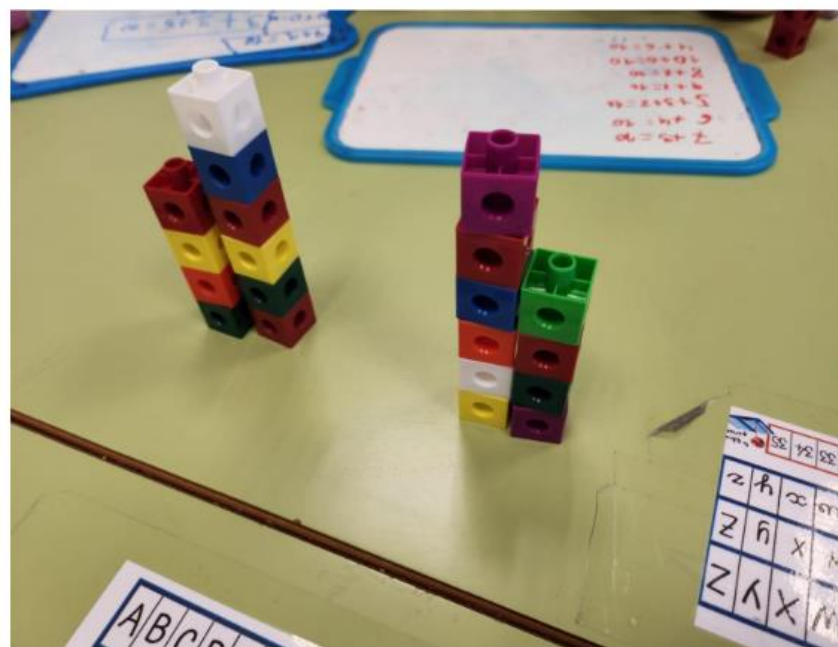
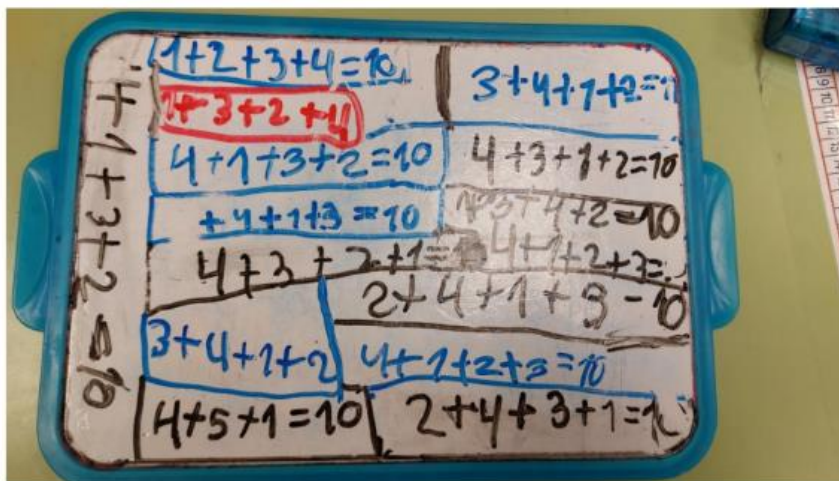
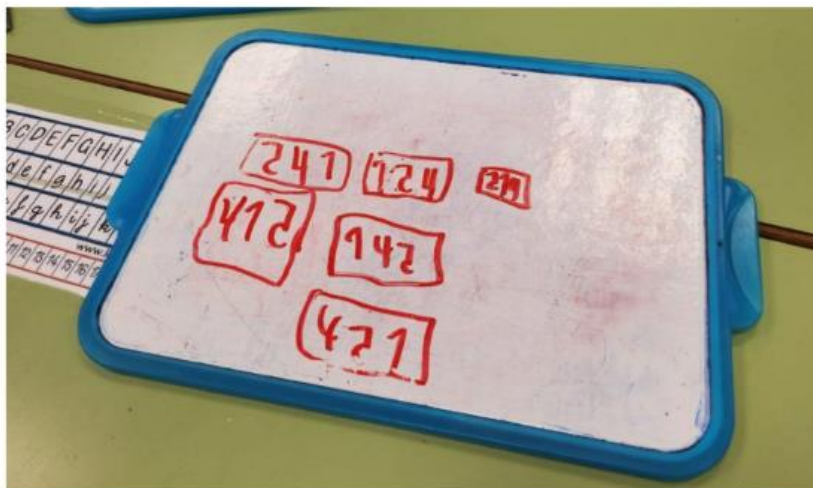
Sin embargo, susurra:

- ¡Ninguna de las torres puede tener la misma altura!

Por ejemplo, podrías construir tres torres de altura 4, 5, 1 pero no podrías construir cuatro torres de alturas 1, 3, 5, 1 porque dos torres tienen una altura de 1.

https://mathpickle.com/muse_6/

Práctica productiva



Práctica productiva

Completar los huecos con las tarjetas disponibles en cada apartado para que las igualdades sean ciertas.

$\square \times \square = \square \square$	$\square \times \square = \square \square$
$\begin{array}{ c c c c } \hline 2 & 3 & 4 & 8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c } \hline 2 & 4 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$
$\square \times \square = \square \square$	$\square \times \square = \square \square$
$\begin{array}{ c c c c } \hline 2 & 4 & 6 & 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c } \hline 2 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$

Figura 2. Enunciado del primer ejemplo

Práctica productiva

<http://puntmat.blogspot.com/p/publicacions.html>

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 118, noviembre de 2024, páginas 17-30

De la Práctica Reproductiva a la Productiva

Cecilia Calvo Pesce

(Escola Galí Bellesguard & Innovamat SL. España)

Resumen

Este artículo, basado en la conferencia plenaria de las XL Jornadas Anuales de la SCPM "Luis Balbuena Castellano" en La Laguna, abril de 2024, explora la diferencia entre la práctica reproductiva y la productiva de destrezas matemáticas. En este sentido, se analiza cómo las actividades con tarjetas favorecen un ambiente de resolución de problemas, una componente que permite transformar la práctica en productiva.

Asimismo, se presentan ejemplos concretos dirigidos a profesores de primaria y secundaria y cada uno de ellos se acompaña de reflexiones didácticas que buscan enriquecer el aprendizaje matemático en el aula.

Palabras clave

práctica productiva, resolución de problemas, materiales manipulativos

https://drive.google.com/file/d/1c5ioQWao_tMK9n-KlIX799fOBAjA5xYmk/view

Cálculo escrito

Cálculo escrito

Las técnicas también pueden representarse.

El funcionamiento de los algoritmos de las operaciones se sustenta en las propiedades de los números y de las propias operaciones.

ES DECIR

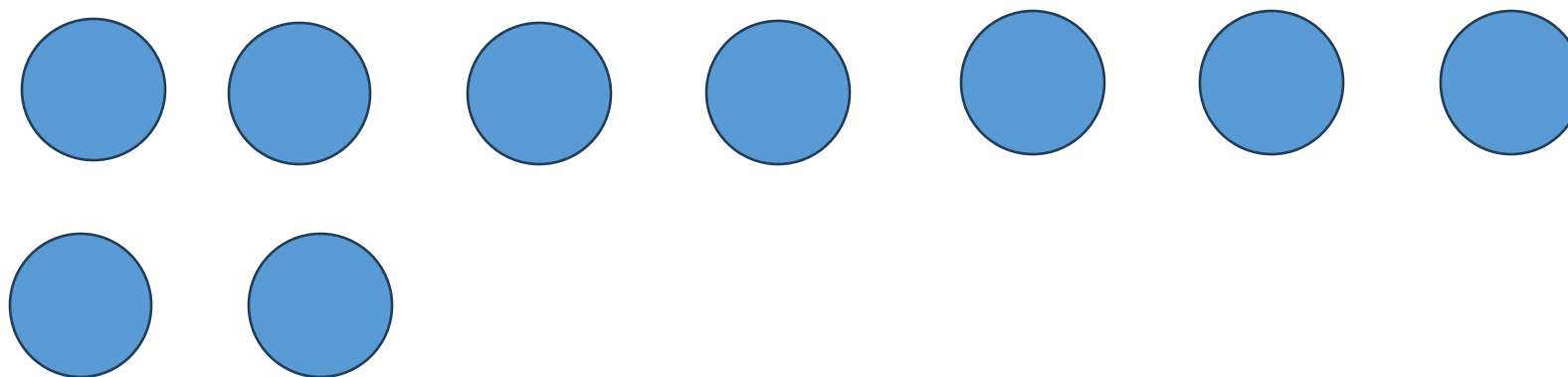
Se PUEDE / **DEBE** comprender el funcionamiento de los algoritmos.

Cálculo escrito

Si Ana tiene 7 coches y Beatriz tiene 2 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?

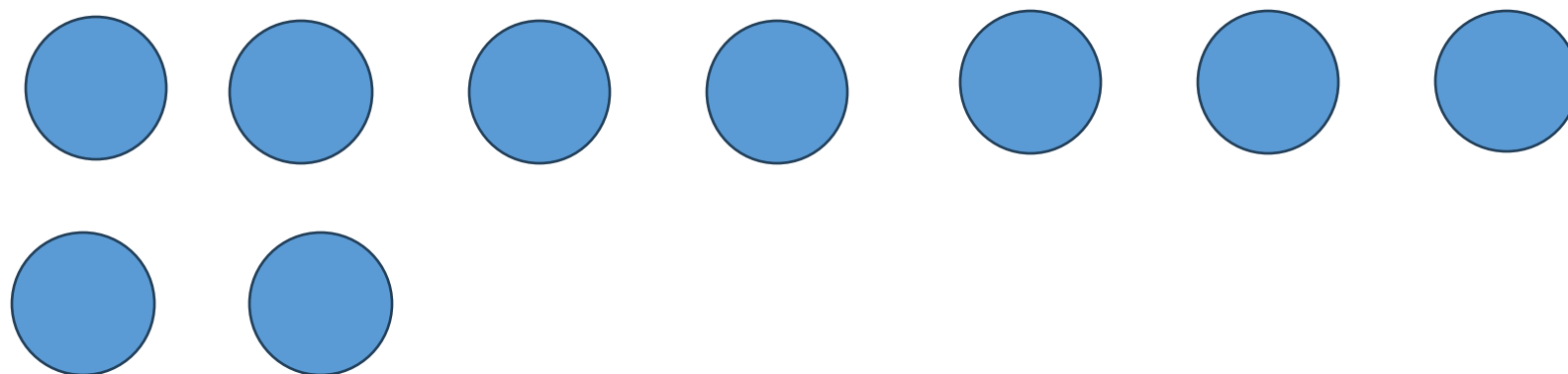
Cálculo escrito

Si Ana tiene 7 coches y Beatriz tiene 2 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?



Cálculo escrito

Si Ana tiene 7 coches y Beatriz tiene 2 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?



Ningún algoritmo resuelve esta resta.

No es necesario modelizar por $7-2$.

No es necesario saberse el hecho numérico $7-2=5$.

No hay una única manera de llegar al resultado.

Cálculo escrito

Si Ana tiene 72 coches y Beatriz tiene 24 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?

No es necesario modelizar la situación escribiendo $72 - 24$.
No es necesario saberse un algoritmo para realizar $72 - 24$.
No hay una única manera de llegar al resultado.

Cálculo escrito

Si Ana tiene 72 coches y Beatriz tiene 24 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?

BILLETES / POLICUBOS / ÁBACOS

No es necesario modelizar la situación escribiendo $72 - 24$.
No es necesario saberse un algoritmo para realizar $72 - 24$.
No hay una única manera de llegar al resultado.

Cálculo escrito

Si Ana tiene 72 coches y Beatriz tiene 24 coches. ¿Quién tiene **más** coches, cuántos **más**?

BILLETES / POLICUBOS / ÁBACOS

No es necesario modelizar la situación escribiendo $72 - 24$.
No es necesario saberse un algoritmo para realizar $72 - 24$.
No hay una única manera de llegar al resultado.

Cálculo escrito

El algoritmo tradicional se basa en la compensación.

El algoritmo anglosajón se basa en la descomposición.

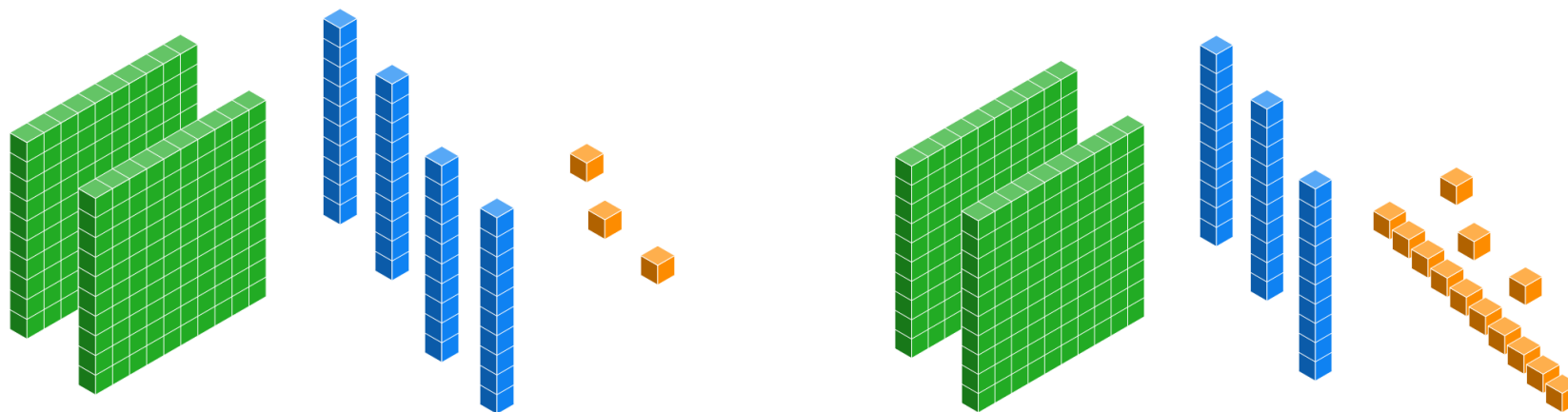
Usamos generalmente el tradicional, pero para el sistema sexagesimal usamos el anglosajón.

Se puede trabajar con billetes contextualizando en un sistema monetario.

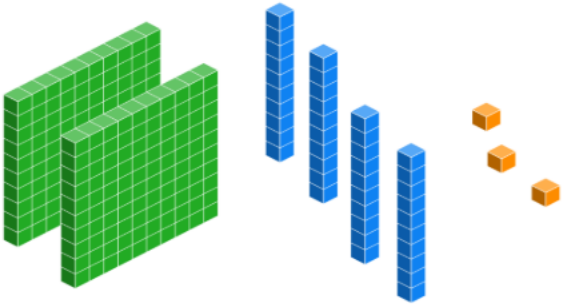
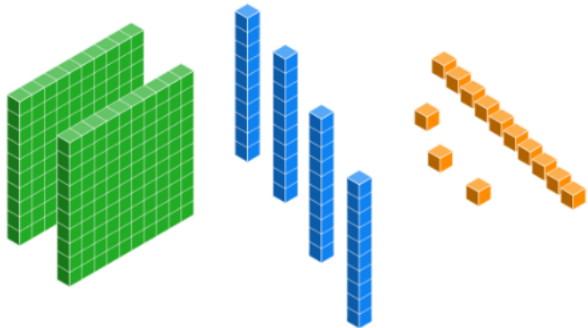
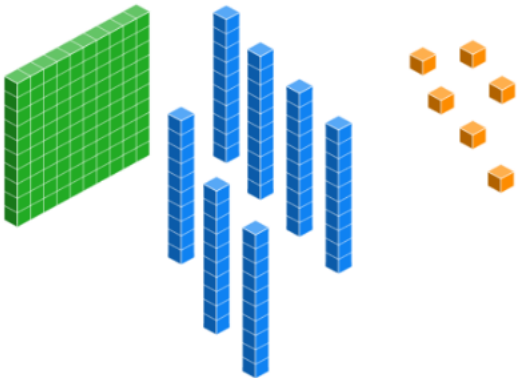
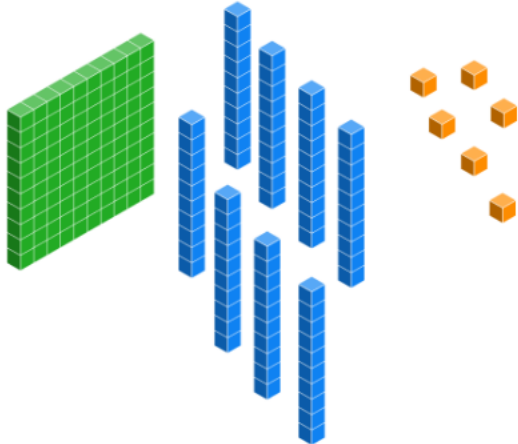
NO SON LA ÚNICA FORMA DE OBTENER EL RESULTADO

Cálculo escrito

En el caso de la resta $243-176$ el alumnado representaría con un material estructurado de base 10, por ejemplo, el que observamos en la Figura, el minuendo, interpretando la resta como que debe quitarle a esa cantidad la cantidad indicada en el sustraendo dando por solución la cantidad “no extraída”.



Cálculo escrito

	
	
$243 - 176$	$243 - 176 = (243 + 10) - (176 + 10) =$ $= 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 13 - (1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6)$

Cálculo escrito

105-19	105-19	105-19
No puedo quitar a 5 unidades 9. Pongo 10 unidades en cada número, y la diferencia se mantiene. Arriba como diez unidades y abajo como 1 decena.	No puedo quitar a 5 unidades 9. Quito una centena y la convierto en 10 decenas. Quito una decena y la convierto en 10 unidades.	Quito 20 Como he quitado una de más, añado 1

Cálculo escrito

División

El algoritmo tradicional se basa en la descomposición decimal y es fácil de entender.

Se puede trabajar fácilmente con billetes de base decimal trabajando el cambio entre billetes.

NO ES LA ÚNICA FORMA DE OBTENER EL RESULTADO

Cálculo escrito

$329 : 7$ Dando un significado de reparto: 329 ¿euros? Entre 7 personas

Ponemos 3 billetes de 100, 2 de 20 y 9 de 1

Intentamos repartir los 3 billetes de 100 entre 7 personas: NO damos ningún billete de 100 a cada persona.

Cambiamos los billetes de 100 a billetes de 10, en total tenemos 32 billetes de 10

Repartimos los billetes de 10. Toca a 4 billetes de 10 y sobran otros 4.

Cálculo escrito

$$329 : 7$$

Dando un significado de reparto

Cambiamos los billetes de 10 a billetes de 1, tenemos 49 billetes de 1 en total.

Repartimos los billetes de 1, tocan a 7 cada uno.

En total: 0 billetes de 100, 4 billetes de 10 y 7 billetes de 1.

Es decir 47 billetes a cada uno y no ha sobrado ninguno.

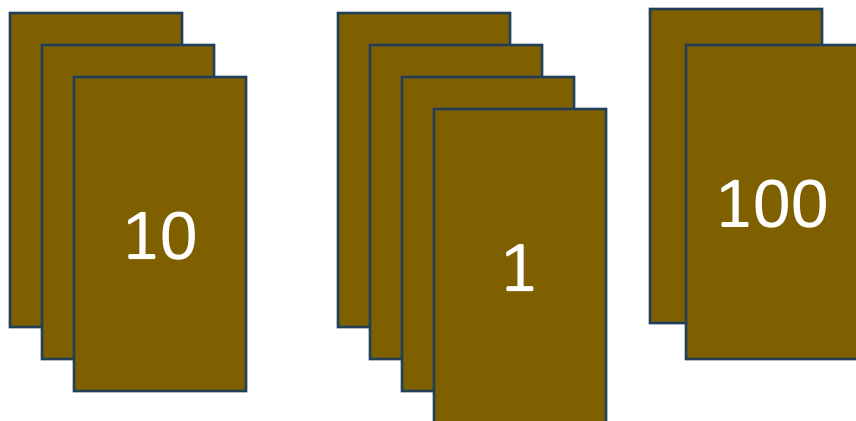
Cálculo escrito

$$329 : 7$$

Dando un significado de reparto

$$\begin{array}{r} 329 \\ 32 \quad : 7 \\ 49 \quad 047 \\ 0 \end{array}$$

Cálculo escrito



$$100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$2 \text{ veces } 100 + 3 \text{ veces } 10 + 4 \text{ veces } 1$$

$$2 \times 100 + 3 \times 10 + 4 \times 1$$

$$234$$

Cálculo escrito

Tipo de billetes	Tengo	Doy a cada uno	Doy en total	Me quedan
100				

Cálculo escrito

$$329 : 7$$

Tipo de billetes	Tengo	Doy a cada uno	Doy en total	Me quedan
100	3	0	0	3
10	30+2	4	28	4
1	40+9	7	49	0

Cálculo escrito

Algoritmo de resta alternativo desarrollado por una alumna (CEIP Montecanal)

1. Cuando la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo, mentalmente invierten las cifras de modo que “al grande se le quita el pequeño”.
2. Posteriormente, después de la inversión de cifras, el resultado se le resta a 10. Se anota este segundo resultado.
3. Si se ha realizado esta inversión “me llevo una”.
4. Continuación del algoritmo.

Cálculo escrito

El Método ABN propone sustituir los algoritmos escritos por rejillas para que cada alumno escriba los cálculos orales que vaya haciendo

$$51 + 29$$

Modificaciones	Un sumando	Parte del otro sumando que queda por añadir
	51	29
+20	71	9
+ 9	80	0
	70	

Cálculo escrito

A priori, el cálculo con rejillas ABN deja libertad al alumno para elegir la técnica de cálculo que este prefiera.

$$51 + 29$$

Modificaciones	Un sumando	Parte del otro sumando que queda por añadir
	51	29
+10	61	19
+10	71	9
+9	80	0

71

Cálculo escrito

$$150 - 39$$

Modificaciones	Minuendo	Parte del sustraendo que queda por quitar
30	120	9
9	111	0

Dificultad para representar con la rejilla algunas técnicas básicas como la descomposición en resta:

$$150 - (40 - 1) = 150 - 40 + 1 = 110 + 1 = 111$$

Cálculo escrito

150 – 39 (escalera ascendente)

Aumentos parciales	Salto desde el sustraendo al minuendo
+ 1	40
+ 10	50
+ 100	150
111	

ABN propone cambiar el tipo de rejilla para adecuarlo a cada tipología de problema de resta.

Operaciones (combinadas)

- Reflexión sobre su importancia.
- X Twitter @lolamenting.
- Añade paréntesis a la operación para conseguir los objetivos.

a. **Operación:** $20:5 + 5 \cdot 2$

Objetivos: 14 4 1 18

b. **Operación:** $60:4 + 2 \cdot 3 - 1$

Objetivos: 20 29 5 19 50

c. **Operación:** $1 + 3 \cdot 8:4 - 2$

Objetivos: 1 5 6 0 13 16

Calculadora

- Enseñar su uso.
- Usarla como apoyo a investigaciones numéricas.
- Usarla como apoyo al cálculo oral.
- Usarla como apoyo a la estimación.

Propiedades y relaciones

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones?

- Cuando sumas sale un número mayor que los sumandos.
- Cuando restas sale un número más pequeño.
- Cuando multiplicas sale un número más grande que los factores.
- Cuando divides sale un número más pequeño que el dividendo.
- Al número grande se le resta el pequeño.
- El número grande se divide por el pequeño.
- Todo número tiene un anterior y un posterior.

Propiedades y relaciones

- ¿Se pueden hacer descomposiciones aditivas en una suma?
- ¿Se pueden hacer descomposiciones aditivas en una resta?
- ¿Se pueden hacer descomposiciones aditivas en una multiplicación?
- ¿Se pueden hacer descomposiciones aditivas en una división?

Propiedades y relaciones

- La suma y la resta como operaciones inversas tanto formalmente como semánticamente.

$$4 + 3 = 7 \qquad 7 - 4 = 3 \qquad 7 - 3 = 4$$

He ganado 3 cromos.

- La multiplicación y la división como operaciones inversas tanto formalmente como semánticamente.

$$4 \times 3 = 12 \qquad 12 : 4 = 3 \qquad 12 : 3 = 4$$

Julia tiene el triple que yo.

Significados del número y las operaciones

Significados del número y las operaciones

Situaciones aditivas de una etapa



Se resuelven mediante una suma o una resta

Dos datos



Dos cantidades conocidas

Una incógnita



La solución de la situación

Transformación

Comparación

Estado

Variación de una cantidad inicial

Diferencia entre dos cantidades

Significados del número y las operaciones

**Situaciones multiplicativas
de una etapa**



**Se resuelven mediante
una multiplicación o una
división**

Dos datos



Dos cantidades conocidas

Una incógnita



La solución de la situación

Razón

una cantidad de magnitud con respecto a una cantidad de otra magnitud o a otra unidad de la misma

**Comparación
multiplicativa**

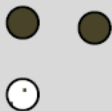
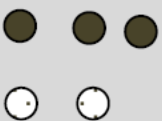
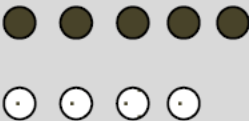
*el número de veces que una cantidad
está contenida en otra cantidad*

Estado

Conexiones con el sentido algebraico

Conexiones con el sentido algebraico

[4] Completa las casillas en blanco. Es decir, completa el patrón geométrico para el quinto paso y escribe el número de discos que se necesitan en cada paso. **Responde a las preguntas de debajo de la tabla.**

<i>Paso</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Patrón</i>					
<i>Número de discos</i>					

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 7?

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 15?

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 100?

Calculamos los discos del paso n de formas diferentes, explica cómo has contado los discos:

Si he necesitado 99 discos para dibujar el patrón, ¿en qué paso de la sucesión estoy?

Conexiones con el sentido algebraico

- Operaciones binarias.
- Control semántico.
- Programa de cálculo.
- Control sintáctico.
- Modelización.
- Significados signo igual.
- Significados signos + y -.

Trabajo aritmético vs algebraico

Conexiones con el sentido algebraico

- Resultado de una operación.
- Conector entre expresiones equivalentes.
- Propuesta de igualdad.
- Definición.

Distintos significados del signo igual

Conexiones con el sentido algebraico

- Trabajo con el cálculo oral.
- Trabajo con el sentido inverso de las operaciones.
- Trabajo con patrones.
- Trabajo con datos “perdidos”.

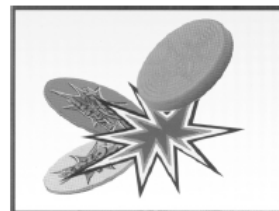
Comienzo del trabajo algebraico

Conexiones con el sentido algebraico

- Sumar 98 , sumar 39, ...
- Sumar 102, sumar 41, ...
- Restar 98, restar 39, ...
- Restar 102, restar 41, ...
- Lo mismo pero haciéndolo 2 veces, 3 veces, ...

Conexiones con el sentido algebraico

Ejercicio 1. Laura se llevó sus tazos al colegio para jugar varias partidas. En la primera perdió 9 tazos y en la segunda ganó 7. ¿Cuántos tazos le quedaron después de jugar?



Ejercicio 2.



Un tren sale de Barcelona con cierto número de pasajeros y llega a Gerona después de hacer dos paradas. En la primera parada, bajan 15 y suben 12 pasajeros; en la segunda parada, bajan 38 y suben 42 pasajeros. ¿Con cuántos pasajeros llegó el tren a Gerona?

Conexiones con el sentido algebraico

Martín ha observado que en cada uno de los cuatro árboles de su jardín se posa el mismo número de pájaros cada tarde.

¿Cuántos pájaros se posan en total en su jardín cada tarde?

La hermana de Martín es muy ruidosa, y cuando sale al jardín, siempre se escapan volando dos pájaros de cada árbol.

¿Cuántos pájaros quedan en el jardín después de que salga la hermana de Martín?



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Muchas gracias

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT