



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Divisibilidad

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT

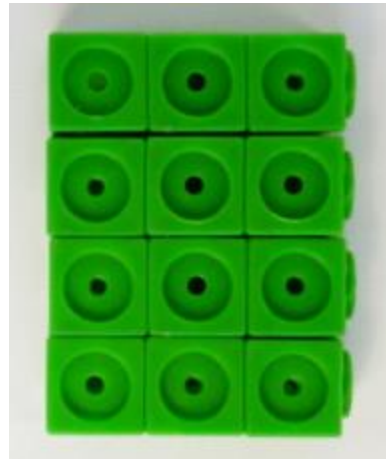
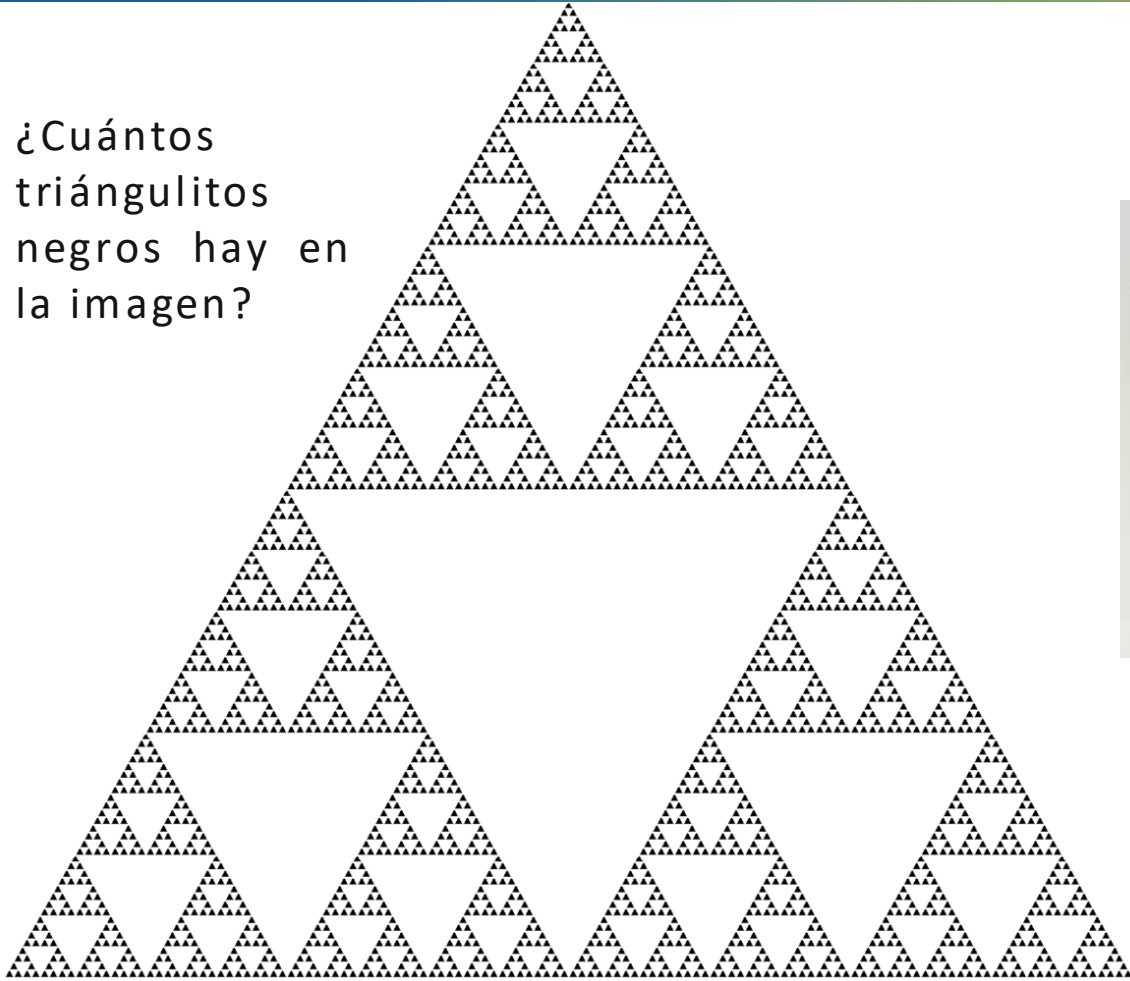
Antes de empezar...

Antes de empezar...

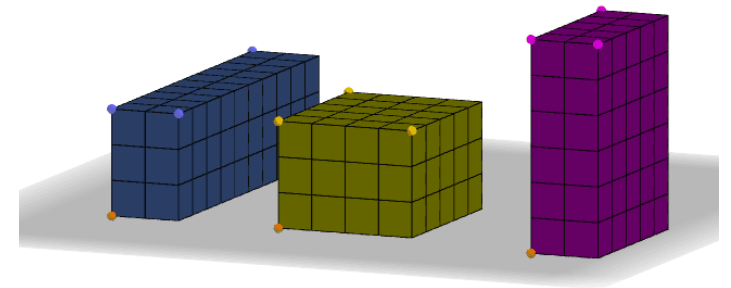
Hoy vamos a “jugar” mucho rato en la frontera entre 6º de primaria y 1º de la ESO

En grupos

¿Cuántos triángulitos negros hay en la imagen?



Tenemos 60 políedros,
¿cuántos rectángulos planos
rellenos diferentes, usando
todos los políedros, podemos
hacer?
¿Y cuántos otroedros?



Reflexión

¿Cuál es el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de 18 y 1800?

Reflexión

Para calcular el máximo común divisor seguimos estos pasos:

- 1.º Descomponemos los números en factores primos.
- 2.º Escogemos los factores comunes elevados al menor exponente.
- 3.º El producto de estos factores es el m.c.d. de los números.

EJEMPLO

17. Halla el máximo común divisor de 54, 90 y 126.

Primero descomponemos los números en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Los factores primos comunes son 2 y 3.

Elevados al menor exponente son 2 y 3^2 .

$$\text{m.c.d.}(54, 90, 126) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Reflexión

$$\begin{array}{r} 3748722 \overline{) 7} \\ \underline{535531} \\ 24 \\ \underline{38} \\ 37 \\ \underline{22} \\ 12 \\ \underline{5} \end{array}$$

¿Cuál es el múltiplo de
7 más cercano a
3748722?

Relaciones de divisibilidad

Descomposiciones aditivas de un número.

VS

Descomposiciones multiplicativas de un número.



Relaciones de divisibilidad

1. a) ¿De cuántas formas distintas se pueden colocar 8 sillas en filas de forma que se pueden poner tantas filas de sillas como se quiera, pero es necesario que todas las filas tengan el mismo número de asientos?

b) ¿Y 16 sillas?

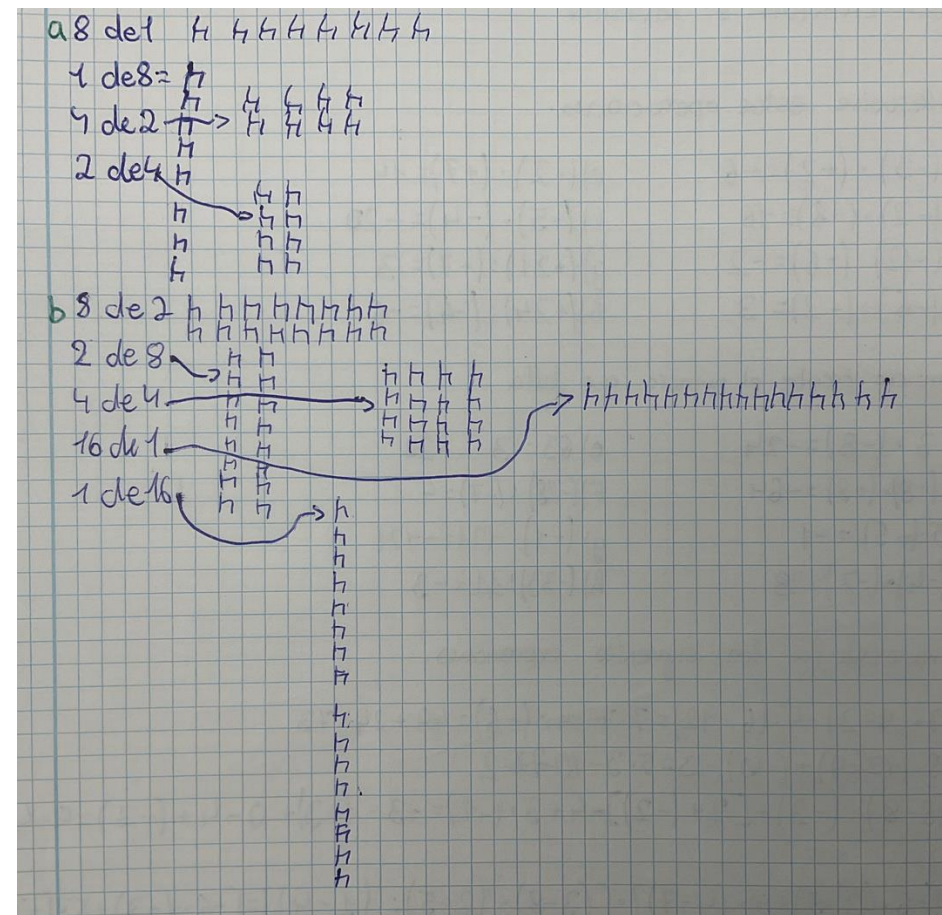
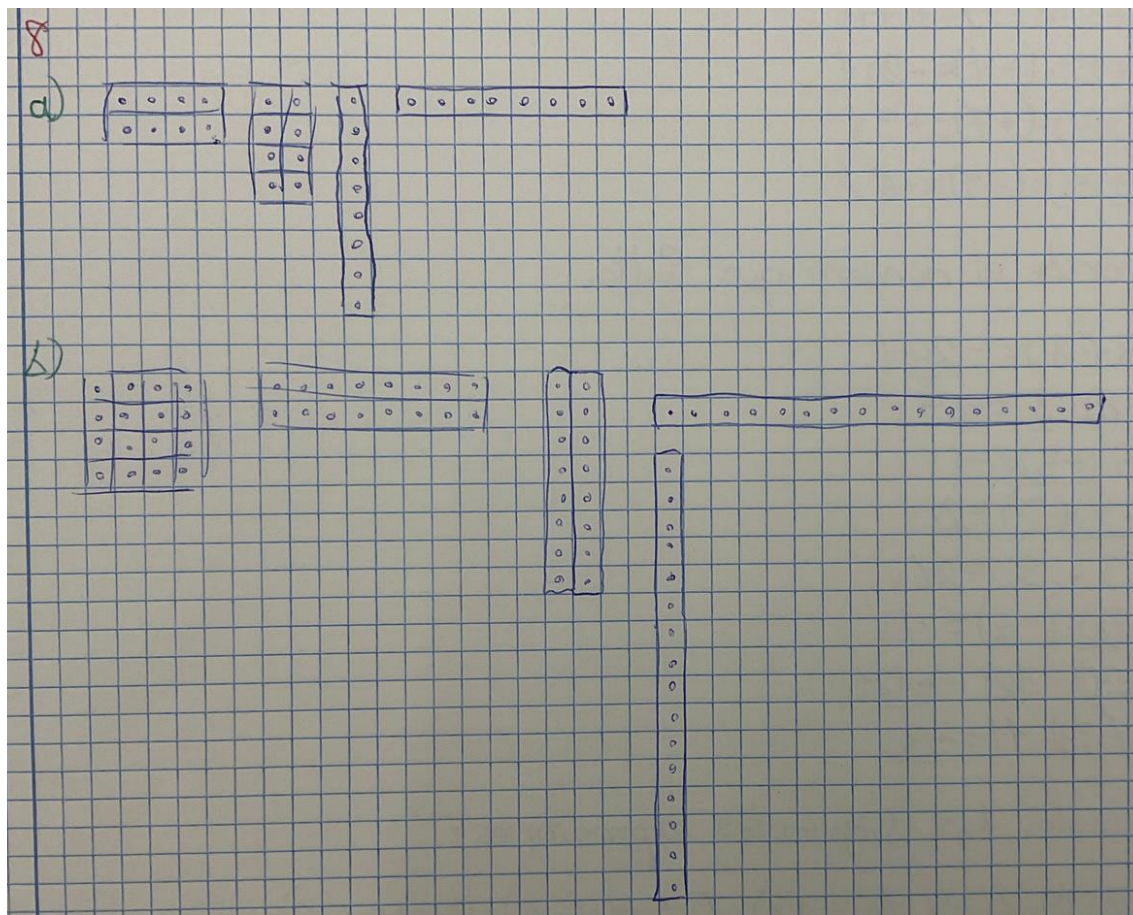
c) ¿Cuántas más sillas haya habrá siempre más formas de colocarlas?

d) ¿De cuántas formas distintas se pueden colocar 17 sillas?

Relaciones de divisibilidad

- e) Encuentra todos los casos de menos de 20 sillas en los que solo se puedan poner de dos únicas formas.
- f) ¿Te suenan de algo los números que te han salido en el apartado anterior?
- g) Encuentra todos los casos de menos de 20 sillas que se puedan poner en forma de un cuadrado (es decir, igual número de filas que sillas hay en cada fila).
- h) ¿Notas algo particular de los números que te han salido en el apartado anterior?
- i) ¿Con menos de 20 sillas, en qué caso tenemos más formas distintas de colocarlas?

Relaciones de divisibilidad



Relaciones de divisibilidad

Ejercicio 8 ficha

a)

1	5	1	3	5	7	1
2	6	2	4	6	8	2
3	7					3
4	8					4
						5
						6
						7
						8

b)

1	9	1	3	5	7	9	11	13	15	1
2	10	2	4	6	8	10	12	14	16	2
3	11									3
4	12									4
5	13									5
6	14									6
7	15									7
8	16									8

c) No porque en los impares no se pueda hacer

d)

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

Relaciones de divisibilidad

- ✧ Divisores de un número.
- ✧ Descomposición de un número en factores.
- ✧ Números primos.
- ✧ Números cuadrados.

En los libros de texto...



Cómo se factorizan números naturales



GEOGEBRA



Descompón el número 588 como producto de factores primos.

- ① Dividimos el número entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7... tantas veces como se pueda hasta obtener la unidad.

588 es divisible por 2.

$$588 : 2 = 294$$

294 es divisible por 2.

$$294 : 2 = 147$$

147 no es divisible por 2.

147 es divisible por 3.

$$147 : 3 = 49$$

49 no es divisible por 2, ni por 3, ni por 5.

49 es divisible por 7.

$$49 : 7 = 7$$

7 es un número primo.

$$7 : 7 = 1$$

Esta descomposición se puede escribir de una forma abreviada de este modo:

588		2
294		2
147		3
49		7
7		7
1		

- ② Escribimos el número como el producto de todos los divisores primos obtenidos.

La factorización de 588 es

$$588 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$$

Como 2 y 7 están repetidos, los expresamos como potencia.

Una forma de evitar errores al escribir la factorización de un número es comenzar con los números primos menores y continuar en orden creciente.



Cómo se calculan todos los divisores de un número



Calcula todos los divisores de 50.

- 1 Dividimos el número entre 1, 2, 3... hasta que el cociente sea menor o igual que el divisor.

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 2} \\ 10 \ 25 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 3} \\ 20 \ 16 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 4} \\ 10 \ 12 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 5} \\ 0 \ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 6} \\ 2 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 7} \\ 1 \ 7 \end{array}$$

El cociente es menor o igual que el divisor. Dejamos de dividir.

- 2 De cada división exacta extraemos dos divisores: el divisor y el cociente.

$50 : 1 = 50 \rightarrow 1$ y 50 son divisores de 50.

$50 : 2 = 25 \rightarrow 2$ y 25 son divisores de 50.

$50 : 5 = 10 \rightarrow 5$ y 10 son divisores de 50.

Las demás divisiones no son exactas.

Los divisores de 50 son $\text{Div}(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$.

Si se multiplican los divisores de un número que están situados en los extremos, el resultado es el número del que has calculado los divisores.

$$\text{Div}(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

¿Hay que hacerlo siempre así?

¿Por qué hay que parar cuando el cociente es menor o igual que el divisor?

En los libros de texto...

¿Dónde se demuestra mayor comprensión?

Calcula todos los divisores de $15^2 \cdot 7$

① $15^2 \cdot 7 = 1575$ ③ $1575 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

②
$$\begin{array}{r|l} 1575 & 3 \\ 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

④ $\text{Div}(1575) = \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 21, 25, 35, 1575, 525, 315, 225, 175, 105, 75, 63, 45\}$

$15^2 \cdot 7 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

$\begin{matrix} \wedge \\ 3 \cdot 5 \end{matrix}$

$1 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1575$
 $3 \longleftrightarrow 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 525$
 $5 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 315$
 $7 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 5^2 = 225$
 $9 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 5^2 = 225$
 $15 \longleftrightarrow 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$
 $25 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 7 = 63$
 $35 \longleftrightarrow 3^2 \cdot 5 = 45$

$\begin{array}{r l} 1575 & 1 \\ \hline 0 & 1575 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 2 \\ \hline 315 & 787 \\ \hline 15 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 3 \\ \hline 07 & 525 \\ \hline 15 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 4 \\ \hline 37 & 393 \\ \hline 15 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 5 \\ \hline 07 & 315 \\ \hline 25 & \end{array}$
$\begin{array}{r l} 1575 & 7 \\ \hline 17 & 225 \\ \hline 35 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 9 \\ \hline 67 & 175 \\ \hline 45 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 13 \\ \hline 27 & 121 \\ \hline 15 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 15 \\ \hline 075 & 105 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 17 \\ \hline 45 & 92 \\ \hline 11 & \end{array}$
$\begin{array}{r l} 1575 & 19 \\ \hline 55 & 82 \\ \hline 17 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 21 \\ \hline 105 & 75 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 25 \\ \hline 75 & 63 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 35 \\ \hline 175 & 45 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1575 & 40 \\ \hline 375 & 39 \\ \hline 15 & \end{array}$

Divisores $\rightarrow 1, 1575, 3, 525, 5, 315, 7, 225, 9, 175, 15, 105, 21, 75, 25, 63, 35, 45$



Cómo se resuelven problemas de máximo común divisor



GEOGEBRA



Para una fiesta se han preparado 84 magdalenas con lactosa y 36 sin lactosa. Se van a colocar en bandejas diferentes para no mezclarlas, pero con el mismo número de magdalenas en cada una. Además, quieren que haya el mínimo número posible de bandejas para hacer menos viajes.

¿Cuántas magdalenas debe tener cada bandeja? ¿Cuántas bandejas habrá de cada tipo?

- 1 Decidimos si se trata de un problema donde interviene el máximo común divisor.

Las bandejas deben tener la misma cantidad de magdalenas y no se mezclan. El número de magdalenas por bandeja tiene que ser un **divisor común** de 84 y 36. Quieren hacer el mínimo número de bandejas, por lo que las bandejas deben tener el **mayor** número posible de magdalenas.

Se trata del máximo común divisor.

- 2 Descomponemos los números en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

- 3 Elegimos los que sean comunes y calculamos el máximo común divisor.

Factores comunes: 2 y 3

Elevados al menor exponente: 2^2 y 3

$$\text{m.c.d. } (84, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

- 4 Interpretamos el resultado.

El tamaño de cada bandeja debe de ser de 12 magdalenas.

$84 : 12 = 7 \rightarrow$ Se preparan 7 bandejas de 12 magdalenas con lactosa.

$36 : 12 = 3 \rightarrow$ Se preparan 3 bandejas de 12 magdalenas sin lactosa.

Los problemas de m.c.d. consisten en dividir en grupos varios tipos de elementos sin que sobre ninguno.

Problemas de m.c.d / m.c.m

El resultado es el m.c.d / m.c.m

¿Palabras clave?

¿Y si los necesitamos pero no son el resultado final?

¿Se tienen que resolver siempre así?

¿Es necesario usar potencias?

EN LOS LIBROS DE TEXTO

Primacía de los **procedimientos mecánicos** sin motivación previa.

Cuesta visualizar propiedades y conceptos.

Muy **poca variedad** de ejercicios y problemas.

Problemas “**de mcd**”, “**de mcm**”, etc. Solo hay que elegir de qué tipo es, muchas veces con palabras clave y aplicar el procedimiento.

IDEAS CLAVE

Evitar procedimientos mecánicos sin comprensión previa.

Tratar de **visualizar** propiedades y conceptos.

Variedad de ejercicios y problemas.

Introducir contextos en los que el cálculo del mcm o mcd **no sea la respuesta**, o al menos de forma directa.

No ir de forma directa a la factorización en primos

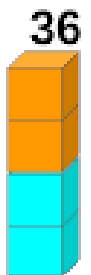
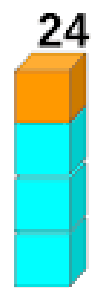
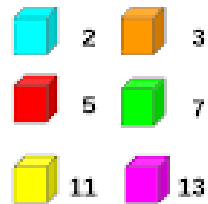
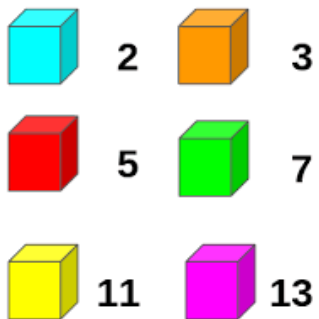
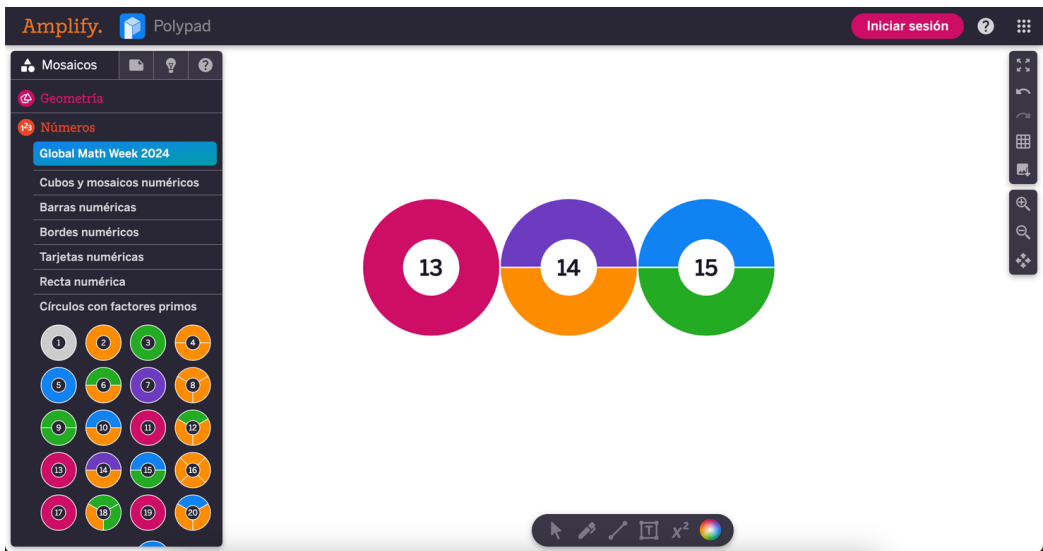
$40 = 4 \cdot 10$ es una factorización del 40, $2 \times 4 \times 5$ también

Completa los paréntesis con los números adecuados para descomponer el número 70 en producto de diferentes factores sin usar el número 1.

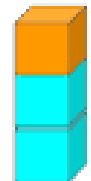
$$70 = () \cdot () \quad 70 = () \cdot ()$$

$$70 = () \cdot () \quad 70 = () \cdot ()$$

$$70 = () \cdot () \quad 70 = () \cdot ()$$



¿Máximo común divisor?



$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

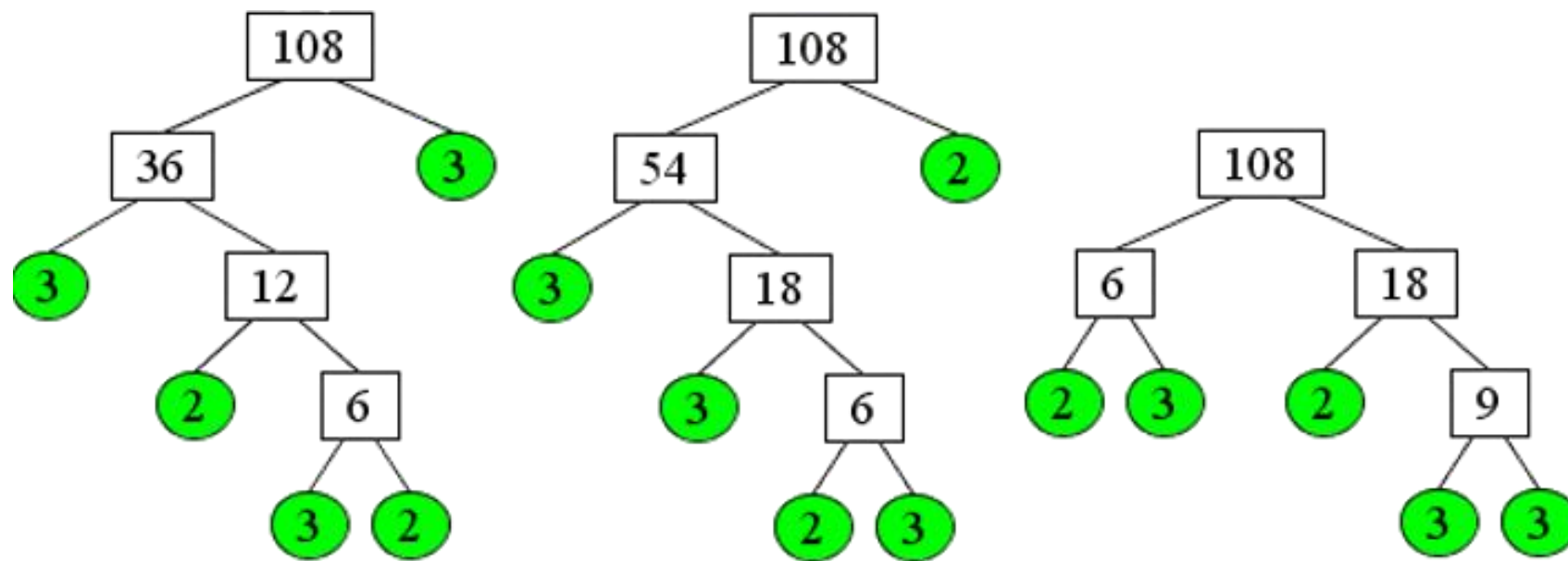
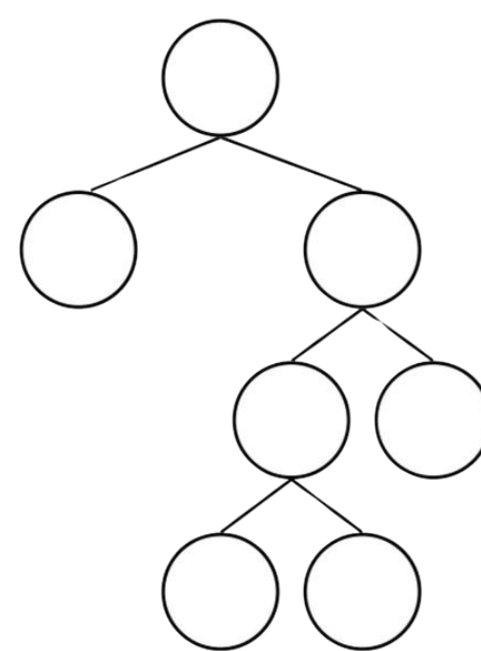
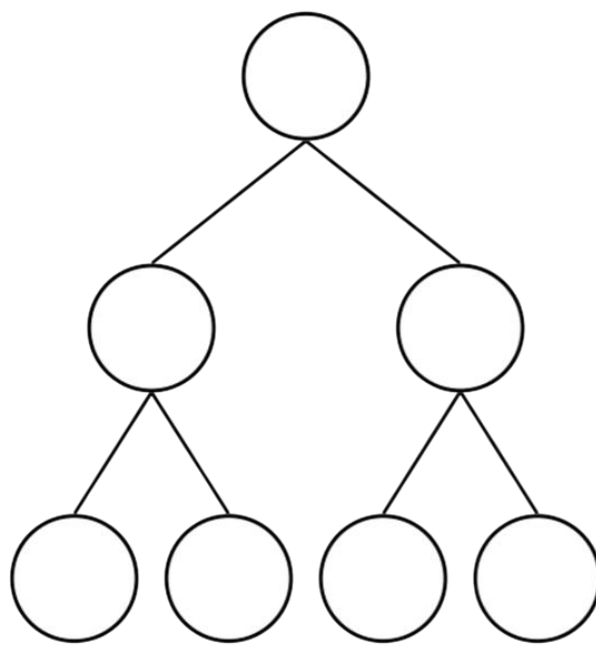
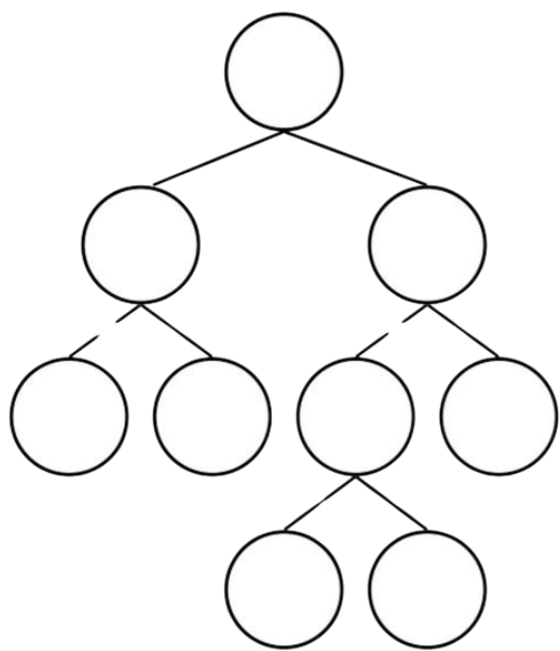


Imagen obtenida de <https://edraw.wondershare.es/factor-tree.html>



¿Es $7 \times 11 \times 11 \times 23$ divisible por 23? ¿Y por 14? ¿Y por 77?

¿Es $2^4 \cdot 12^2 \cdot 125$ un múltiplo 100?

¿Cuántos ceros tiene al final el número $20!$?

¿Qué le hace falta al número $3^3 \cdot 11 \cdot 13$ para ser múltiplo de 44?

Escribe el número $35 \cdot 53$ de cuatro maneras distintas.

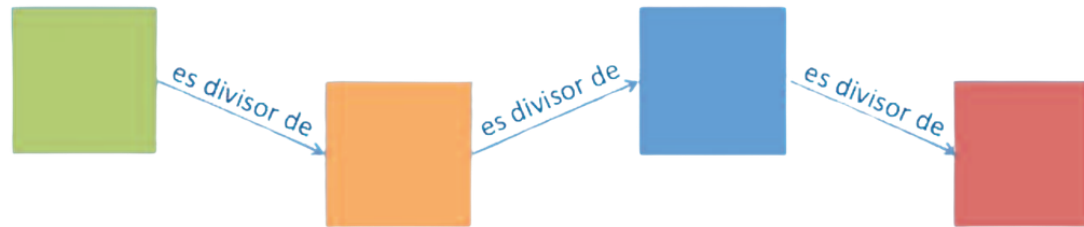
<https://revistasuma.fespm.es/wp-content/uploads/2022/02/S76-ElI@s.pdf>



Algunas actividades para hablar de divisibilidad

DAVID BARBA Y CECILIA CALVO

Completa las celdas de la imagen con números diferentes elegidos entre 2 y 100.



¿Cuál es el mayor número que puede ir en la celda verde?

¿Cuál es el menor número que puede ir en la celda azul?

¿Puede aparecer el número 99 en la celda naranja?

¿Cuántas soluciones diferentes hay que tengan un 8 en la celda verde?

Coloca los números 1 al 9 en las casillas de forma que cada fila y columna de números multiplique el número correspondiente.

			24
			40
			378
60	21	288	

			24
			120
			126
24	72	?	

<https://nrich.maths.org/problems/missing-multipliers>



Missing Multipliers 

Can you work out the missing multipliers?

Hidden behind each cell is the product of the values at the far top and left of it.

10 reveals left

Show the solution

Restart

		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	X											
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

✦ TABLA DEL 100

Suelo bajo y techo alto

Indagación, conjeturas, reflexión...



[SECUENCIA DE CECILIA CALVO \(CREAMAT\)](#)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad

 Cálculo mental

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad

 Cálculo mental

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad

 Cálculo mental

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad



Observación

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

① Presentación de la actividad



Cálculo mental



Observación

<https://www.topmarks.co.uk/learning-to-count/paint-the-squares>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

1 Presentación de la actividad



Cálculo mental



Observación

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

② Predicción y comprobaciones

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

TABLA DEL 100

Puesta en común

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

✦ TABLA DEL 100

3 Puesta en común

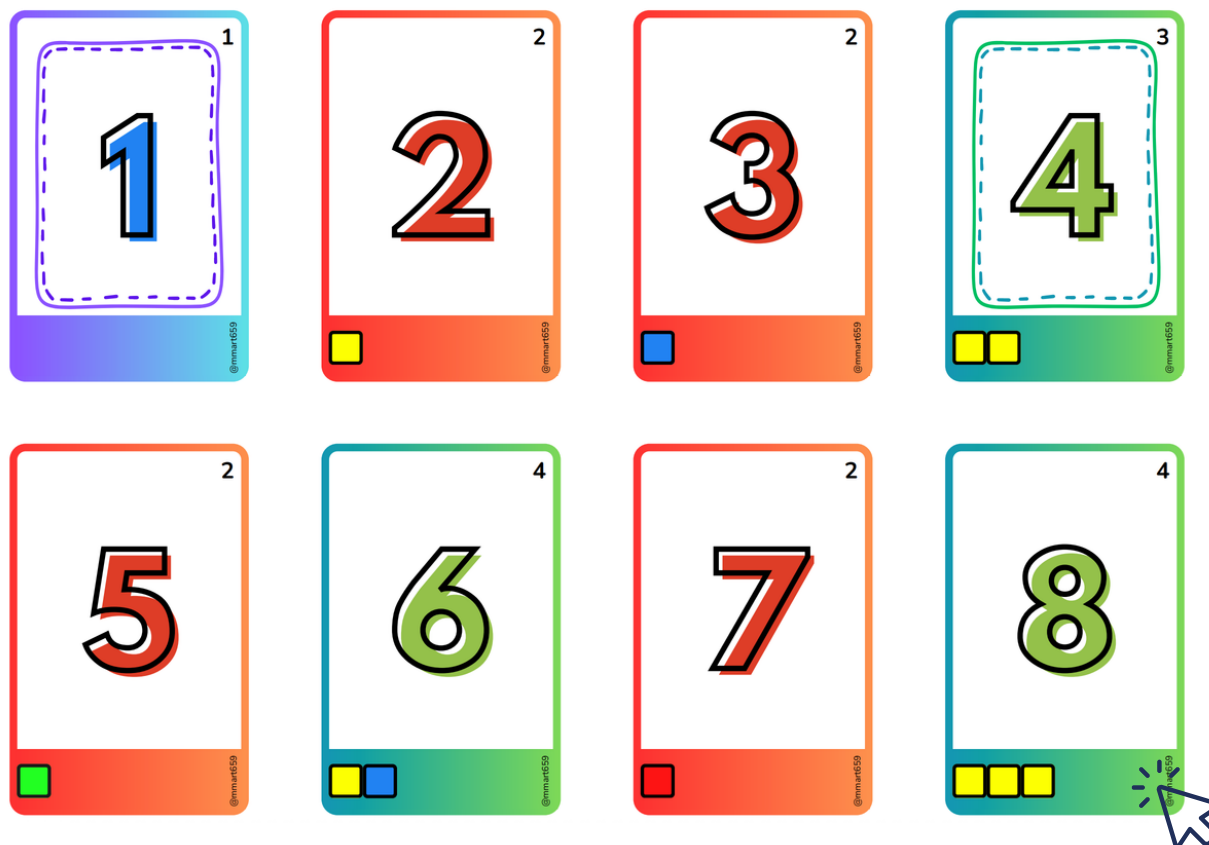
¿Con qué números tendríamos que empezar para obtener la tabla de los múltiplos del... 6?

4 Conclusiones



Registro escrito en el cuaderno

✦ CARTAS NUMÉRICAS



Sacado de...

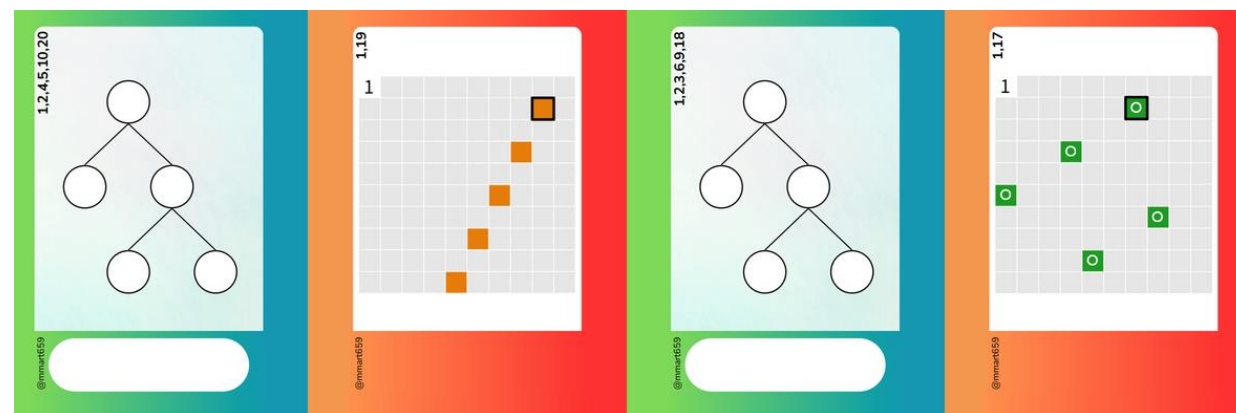


CREAMAT

✦ CARTAS NUMÉRICAS



Exploramos el material



CREAMAT

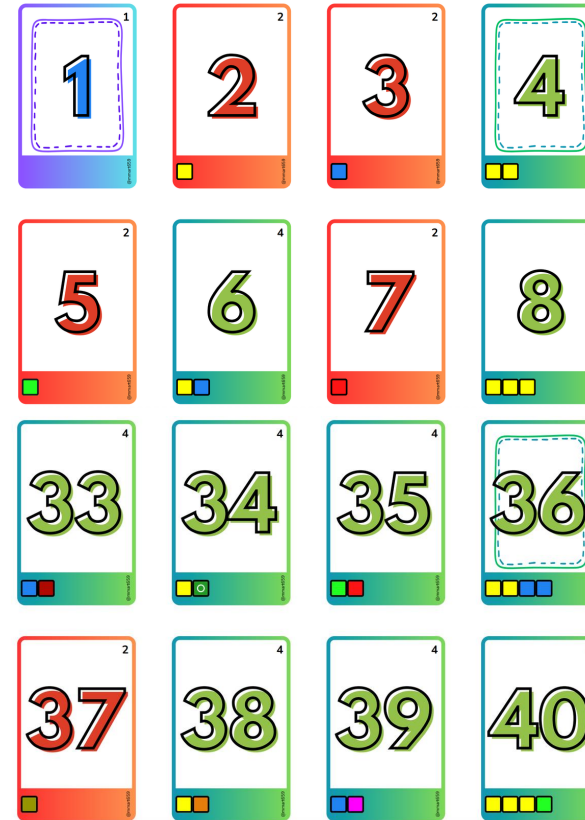
✦ CARTAS NUMÉRICAS

Cartas de 3 colores: azul, verde y rojo.

Algunas cartas contienen un marco.

En una cara tenemos:

- Los números del 1 al 100
- Todas las cartas menos la del 1 tienen unos cuadraditos de colores en la parte inferior izquierda
- Todas tienen un número pequeño en la parte superior derecha



Sacado de...

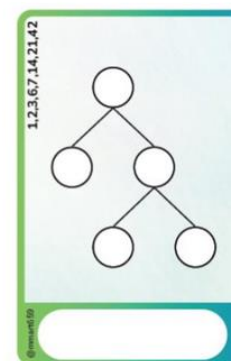
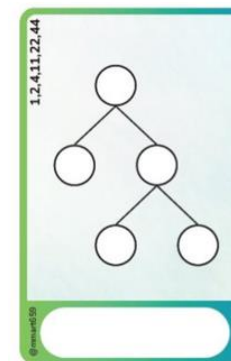
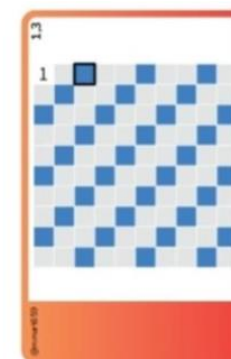
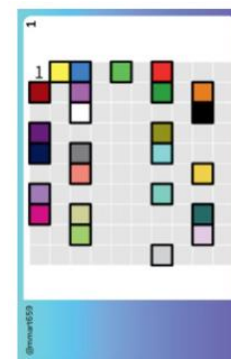


CREAMAT

✦ CARTAS NUMÉRICAS

En la otra cara tenemos:

- La criba de Eratóstenes en la carta 1, con el código de colores de los cuadraditos (números primos).
- Patrones de múltiplos en las cartas rojas.
- Un esquema de árbol de factores en las cartas verdes, y un espacio en la parte inferior para escribir, por ejemplo, la factorización del número.
- La lista de divisores del número en la parte superior izquierda.



Sacado de...



MATERIALES PARA PROMOVER LA INVESTIGACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS



CREAMAT

✦ CARTAS NUMÉRICAS

Ideas de actividades (en catalán):



ACTIVITAT: Múltiples i divisors

Amb totes les cartes, i per torns, creeu la cadena més llarga de nombres de manera que una carta pot estar al costat d'una altra si és múltiple o divisor d'aquesta. Podem afegir al principi de la fila, al final, o entre dues cartes.



<https://nrich.maths.org/5578>

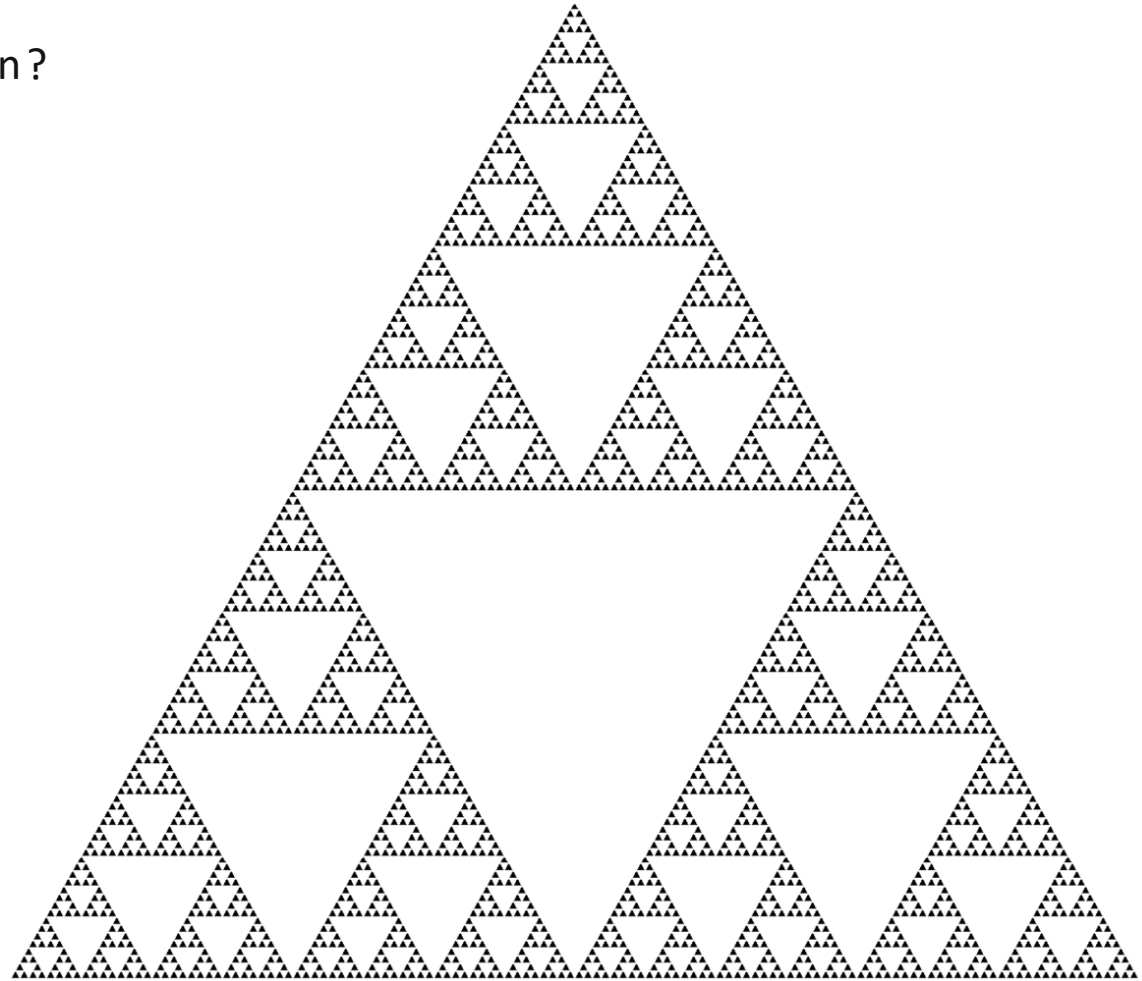
<https://nrich.maths.org/factorsandmultiples>

CREAMAT

Potencias

Potencias

¿Cuántos triángulitos negros hay en la imagen?



Potencias

¿Cómo justificamos el uso de potencias?

¿Es solo una manera más de “complicarnos”?

Potencias

¿Qué representación me da más **información**?

13720



$$2^3 \times 5 \times 7^3$$

Potencias

¿Qué representación me da más **información**?

3^7 vs 2187

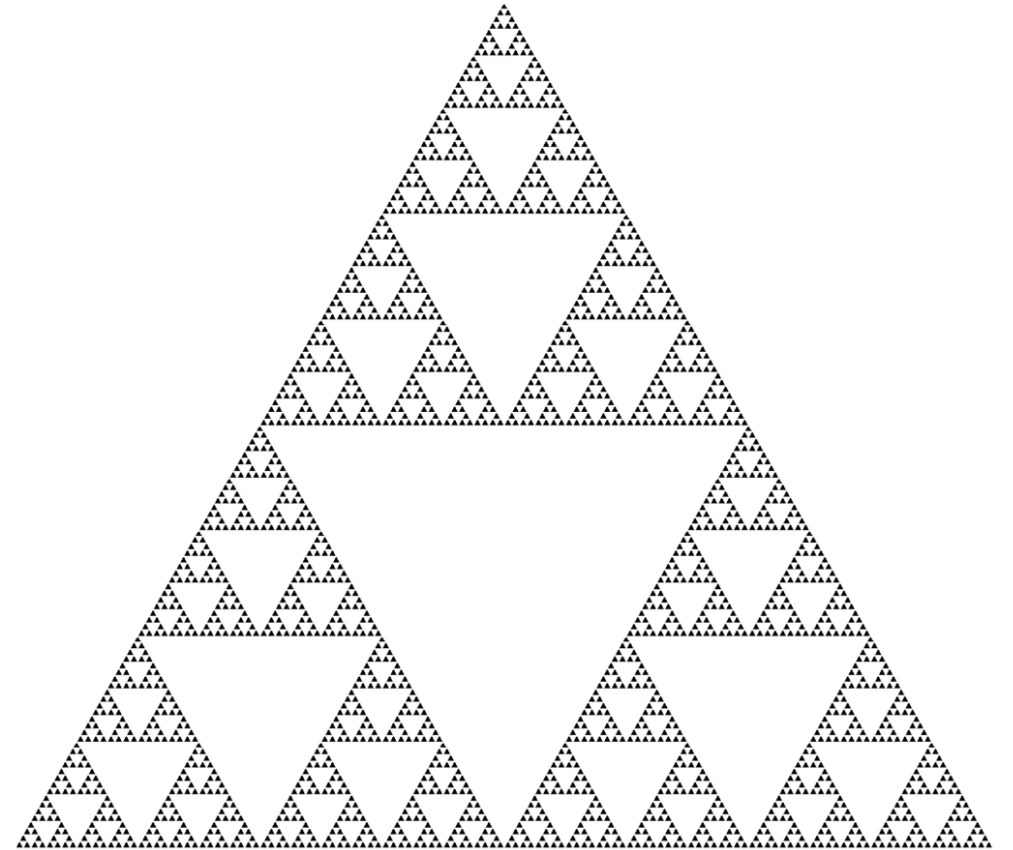
Potencias

Una potencia es un resultado válido. No hay que “operarla”.

Proponer situaciones y problemas donde se vea la utilidad de usar potencias.

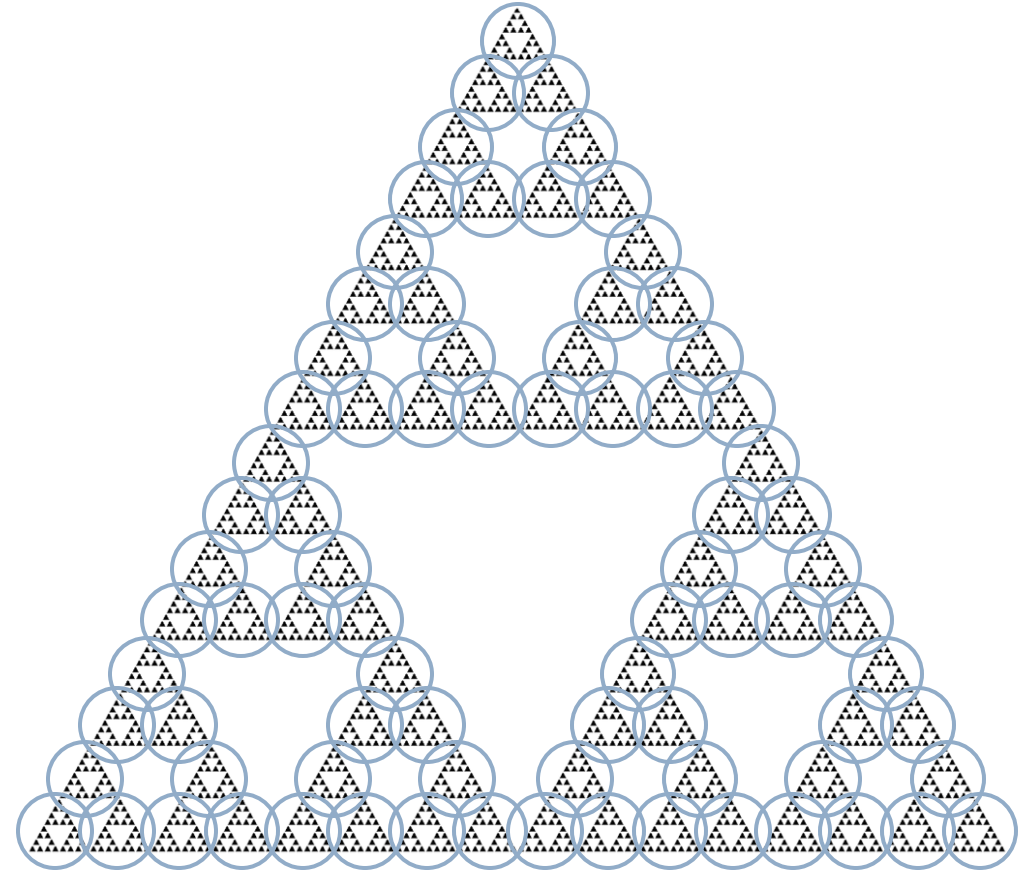
Potencias

¿Cuántos mini-triangulitos negros hay en esta figura? Hay muchísimos, ¡tendréis que buscar una estrategia para contarlos todos y estar seguros de que no os dejáis ninguno!



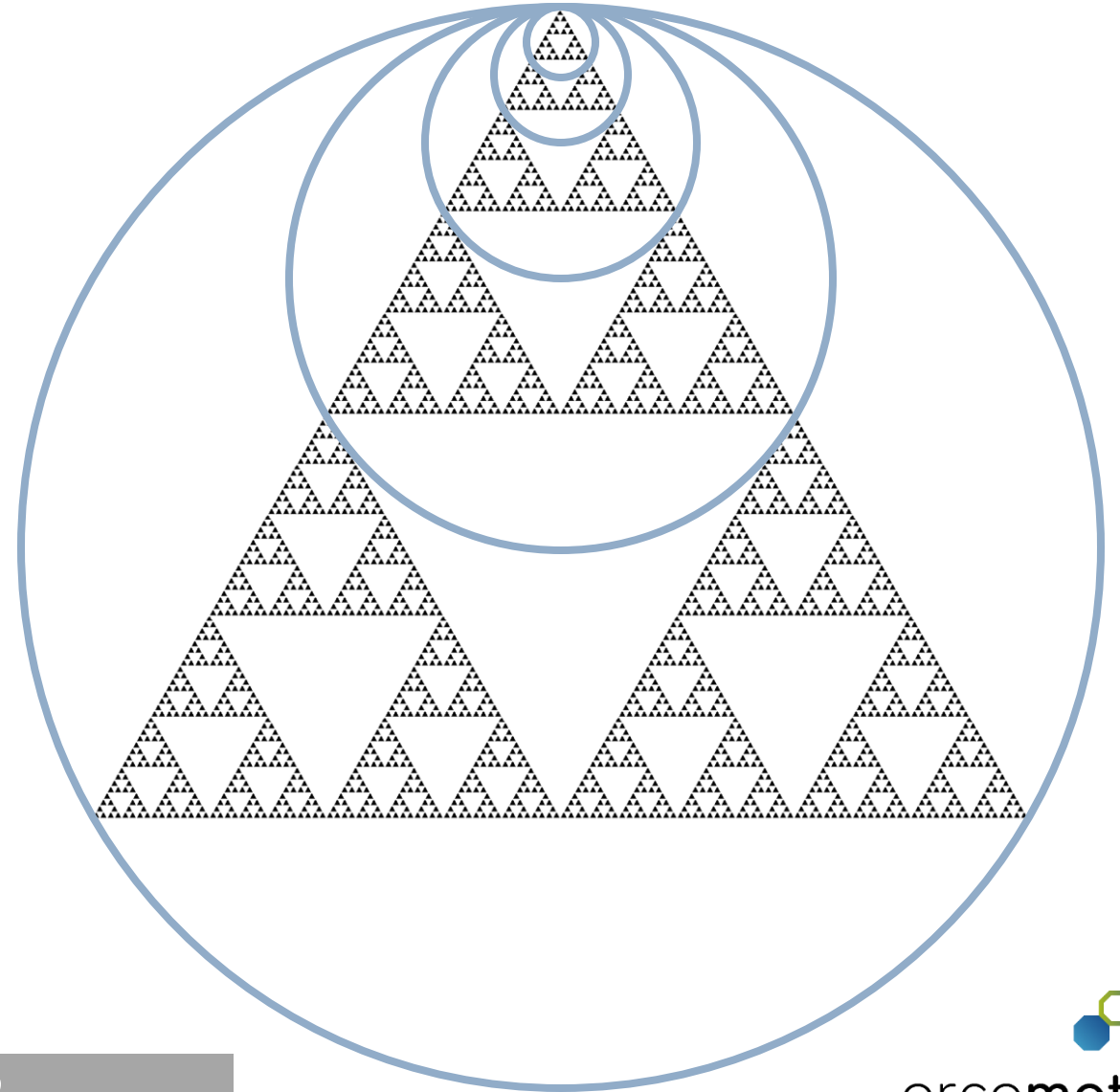
Potencias

¿Cuántos mini-triangulitos negros hay en esta figura? Hay muchísimos, ¡tendréis que buscar una estrategia para contarlos todos y estar seguros de que no os dejáis ninguno!



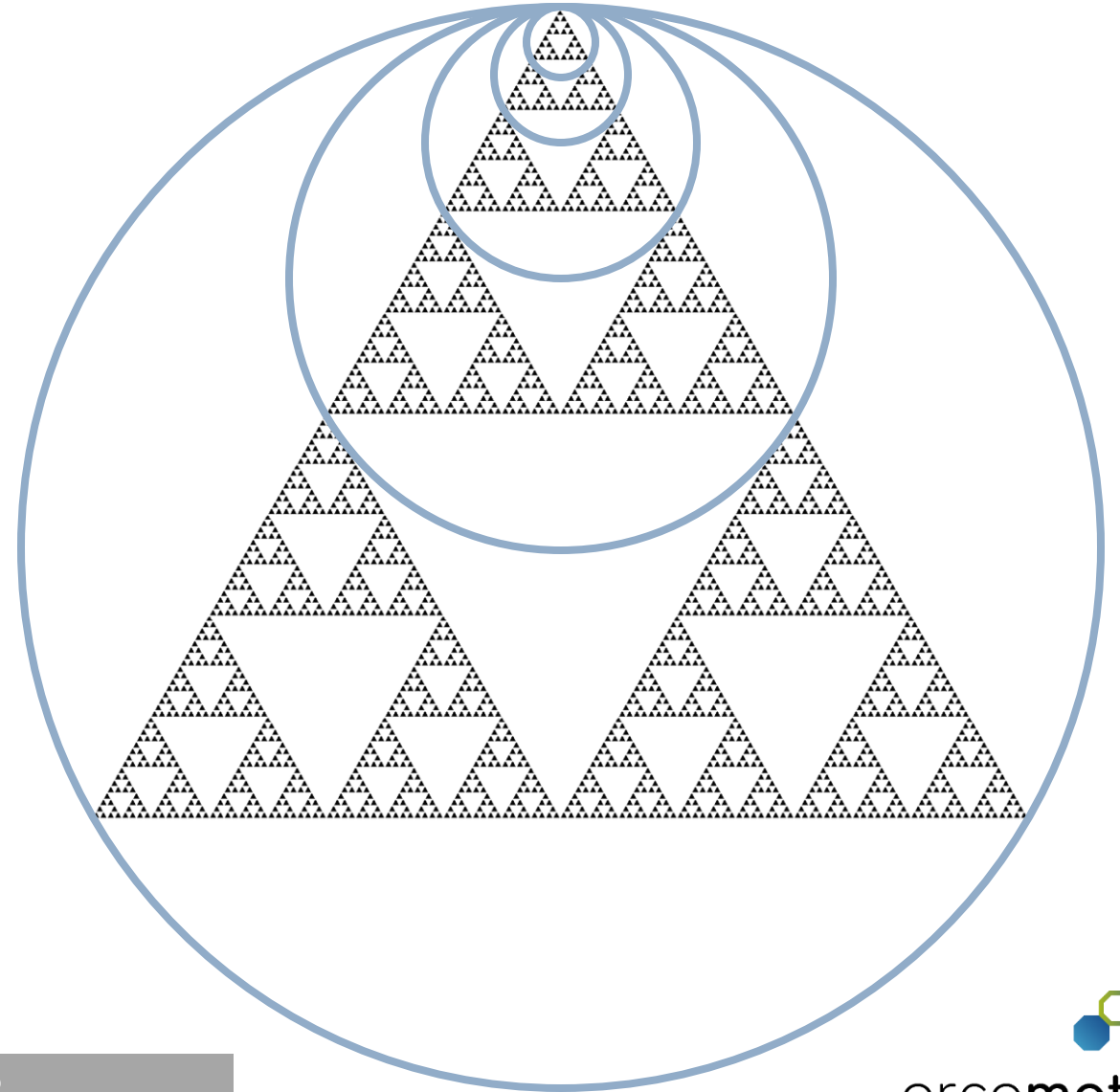
Potencias

¿Cuántos mini-triangulitos negros hay en esta figura? Hay muchísimos, ¡tendréis que buscar una estrategia para contarlos todos y estar seguros de que no os dejáis ninguno!



Potencias

¿Nos da la misma información
 3^7 que 2^{187} ?



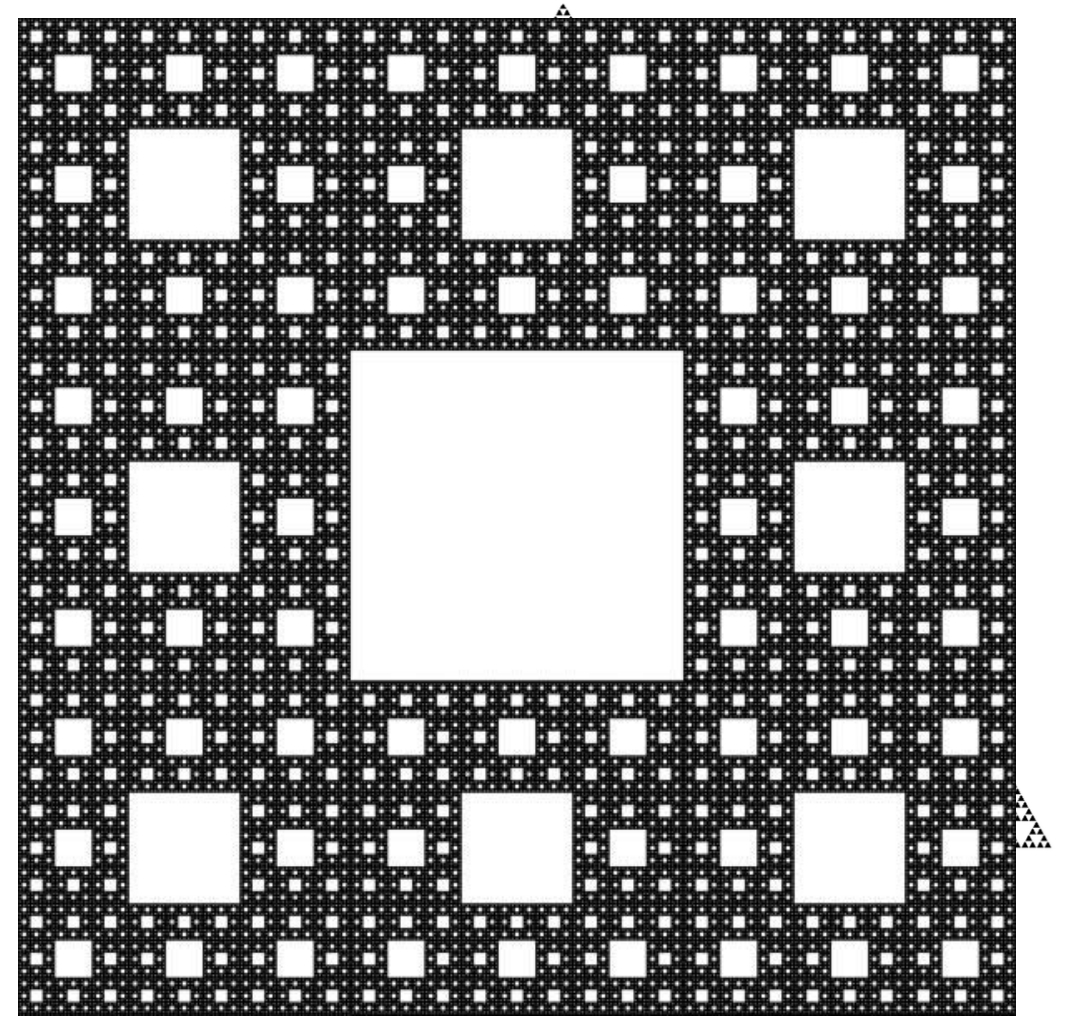
Potencias

Hay un monton de pirámides pequeñas. ¿Sabríais calcular cuántas exactamente? Hay muchas, así que tendréis que encontrar algún sistema para contarlas.

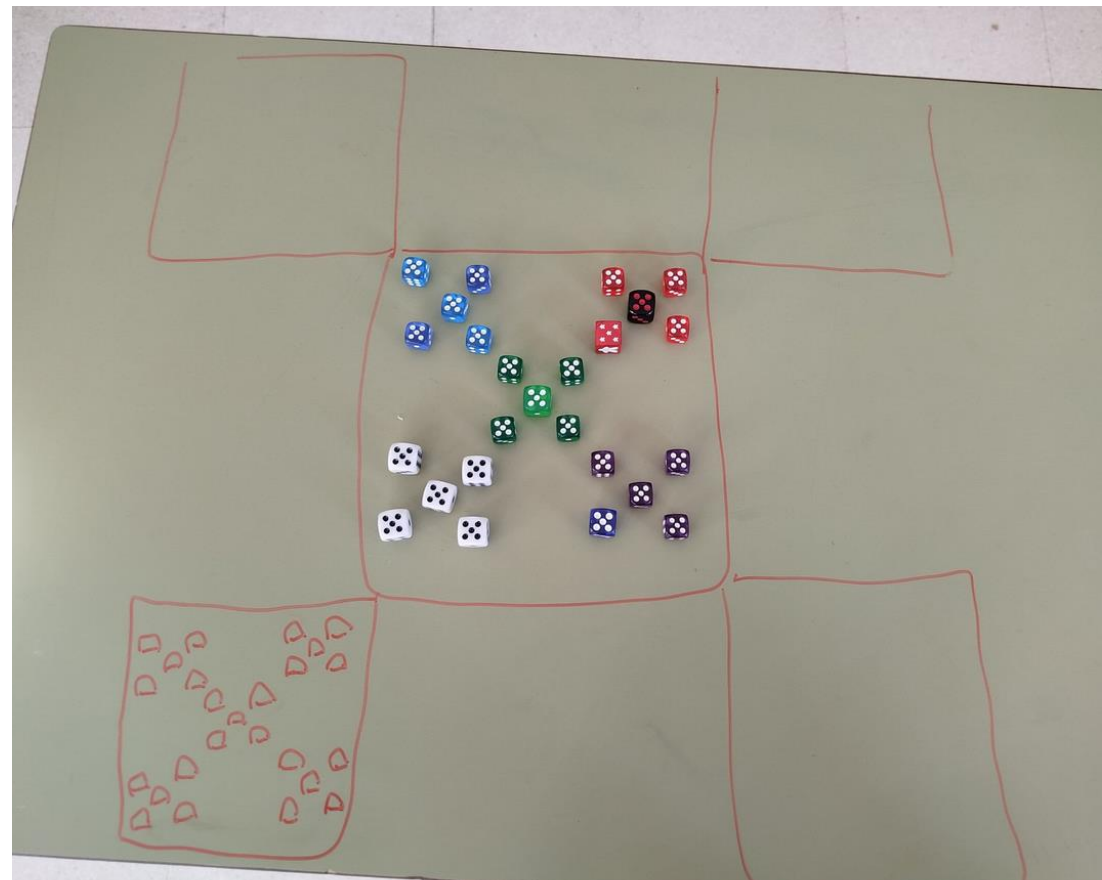


© de las fotografías: Jose Antonio Mora

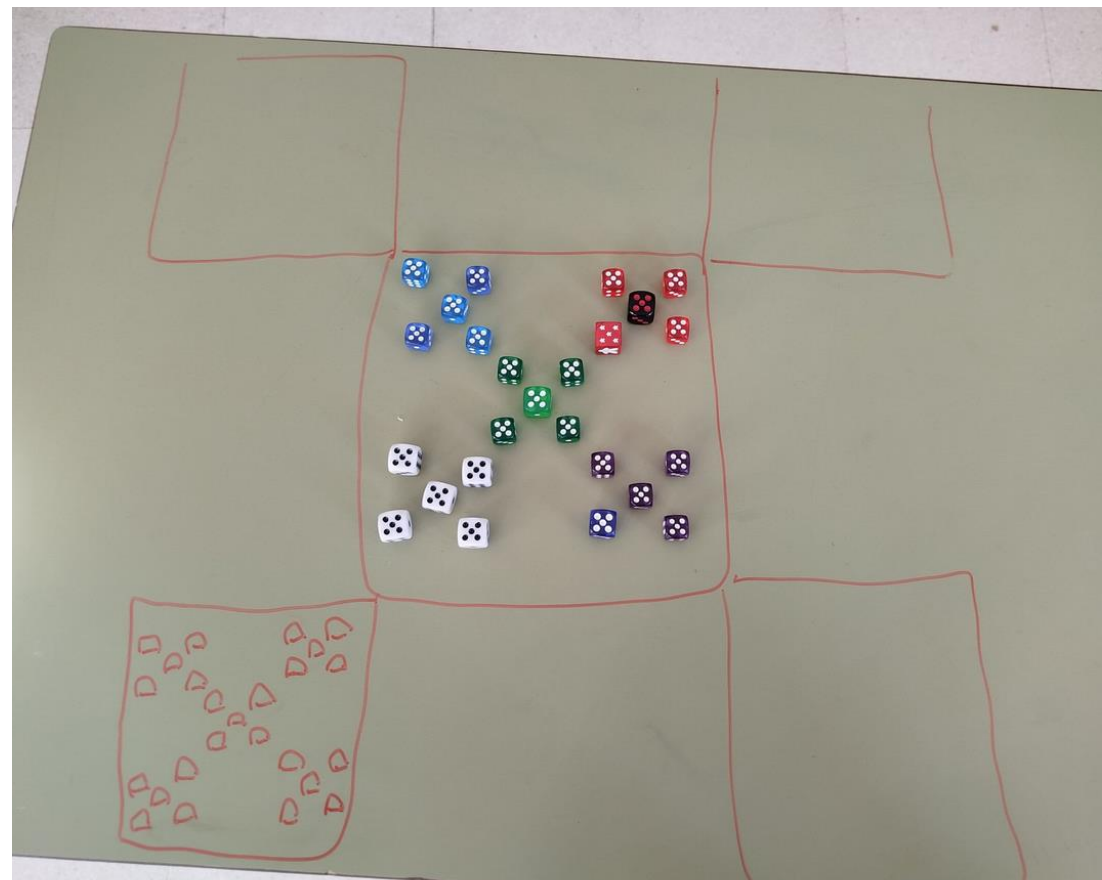
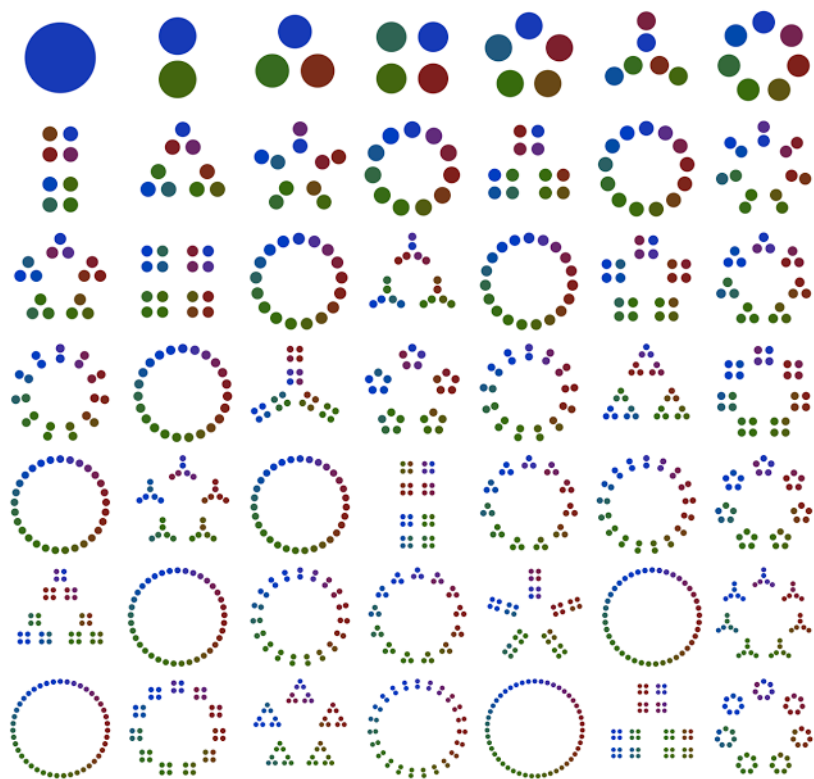
Potencias



Potencias y descomposición factorial

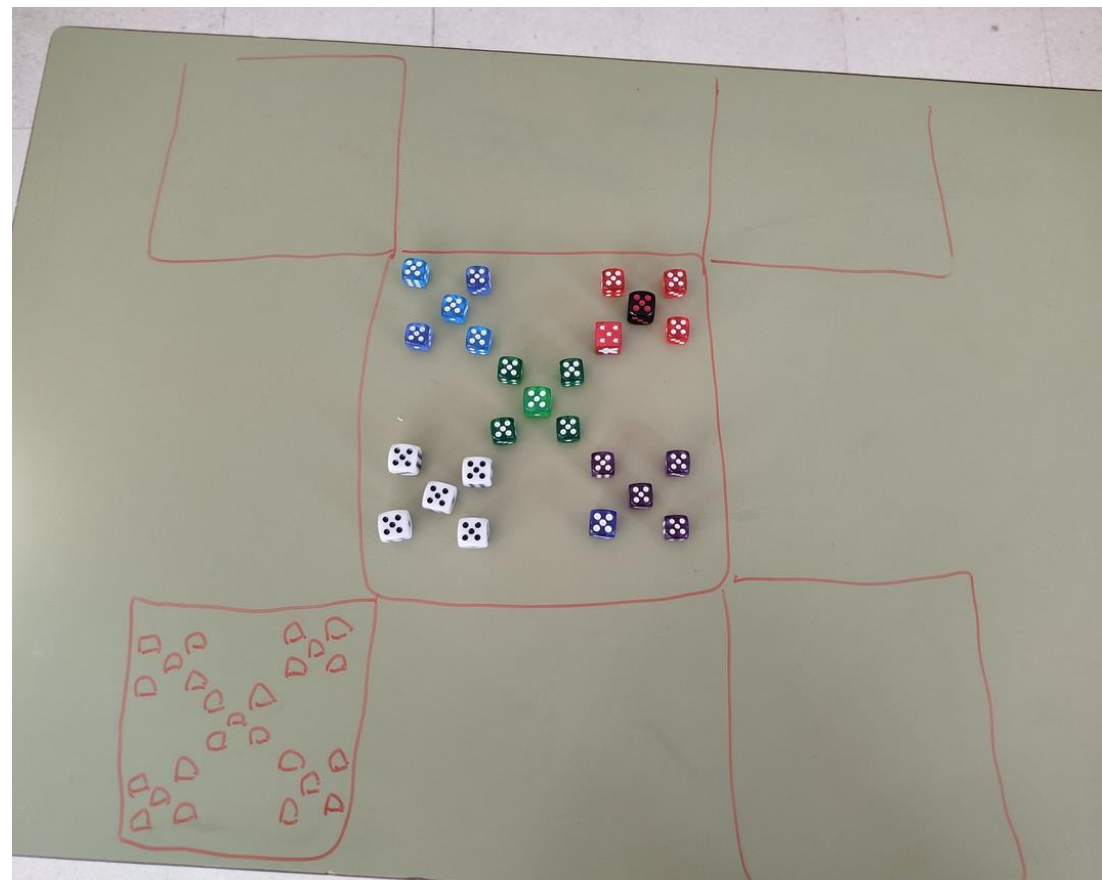
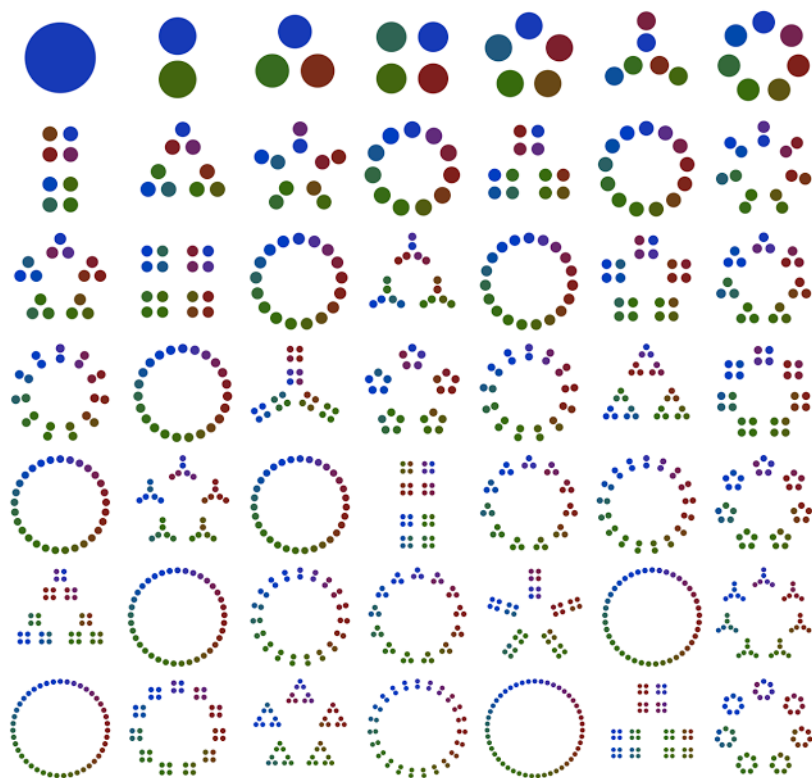


Potencias y descomposición factorial



Potencias y descomposición factorial

<https://www.datapointed.net/visualizations/math/factorization/animated-diagrams/>



Potencias

- 1.a)** Si doblo un papel por la mitad se me divide en 2 regiones iguales (2 rectángulos). Si lo doblo 2 veces, en cuatro regiones o rectángulos iguales. ¿Cuántos rectángulos se forman con tres dobleces?
- b)** ¿Y con cuatro? ¿Y con seis?
- c)** ¿Y con diez dobleces?
- d)** Sin doblar el papel 11 veces, ¿cuántos rectángulos se obtienen con once dobleces?
- e)** ¿Llegaremos a tener en algún momento exactamente 30 rectángulos? ¿Por qué?
- f)** ¿Y 128 rectángulos? ¿Por qué?
- g)** ¿Y 1 000 rectángulos? ¿Por qué?

Potencias

e) ¿Llegaremos a tener en algún momento exactamente 30 rectángulos? ¿Por qué?

No, porque no hay forma de que multiplicando por 2 no puede salir 30

A

f) ¿Y 128 rectángulos? ¿Por qué?

Sí, porque $64 \times 2 = 128$

g) ¿Y 1 000 rectángulos? ¿Por qué?

No, por la misma razón que e

e) ¿Llegaremos a tener en algún momento exactamente 30 rectángulos? ¿Por qué?

No, porque no se puede llegar al 30 con potencias de 2.

f) ¿Y 128 rectángulos? ¿Por qué?

Sí, con 7 dobles.

B

g) ¿Y 1 000 rectángulos? ¿Por qué?

No, porque no se puede llegar al 1000 con potencias de 2

Potencias

e) ¿Llegaremos a tener en algún momento exactamente 30 rectángulos? ¿Por qué?

No, Porque todos los números son múltiplos de 4 y 30 no lo es. y tampoco es doble de los dobles de 2

C

f) ¿Y 128 rectángulos? ¿Por qué?

Si porque es el doble de 64.

e) ¿Llegaremos a tener en algún momento exactamente 30 rectángulos? ¿Por qué?

No, Porque $16 \cdot 2 = 32$ y no hay otro número que este más cerca del treinta

f) ¿Y 128 rectángulos? ¿Por qué?

Si, Porque si lo doblas 8 veces da 128 dobles.

D

g) ¿Y 1 000 rectángulos? ¿Por qué?

No, Porque por lo más cerca son 10 dobles y son ~~1024~~ 1.024 rectángulos.

2. Rellena la siguiente tabla

Potencias

Una bacteria se divide en dos bacterias idénticas cada hora. Cada una de esas “nuevas” bacterias también se sigue dividiendo en dos cada hora. Si empezamos con una sola bacteria, ¿cuántas habrá al cabo de seis horas? ¿Y de ocho? ¿Y de veinte?

Una investigadora tiene ahora mismo un cultivo con ocho bacterias, pero necesita tener entre 250 000 y 500 000 bacterias para su estudio. ¿Cuántas horas va a tener que esperar para obtener las bacterias que necesita?



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Muchas gracias

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT