



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Proporcionalidad

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT

Índice

Introducción

Características de la propuesta

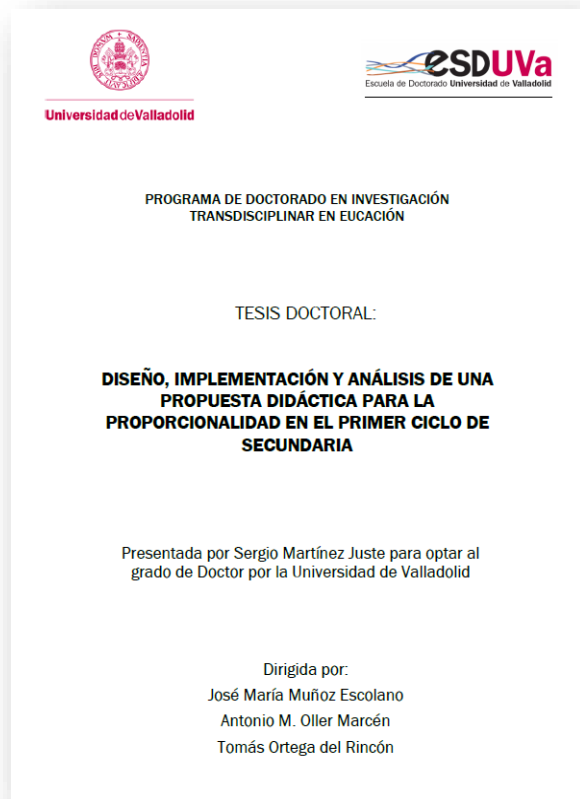
Diseño de tareas

Trayectoria de aprendizaje (y orientaciones curriculares)

Situaciones introductorias

Introducción

<https://uvadoc.uva.es/handle/10324/52863>



913

Anexo I: Fichas de trabajo de los alumnos y pruebas escritas

AI.1. Fichas de trabajo 1º de ESO

Fichas de trabajo en el ciclo II-1:

<https://drive.google.com/file/d/1nFTQu0DYDtKrk5HGWQVHDyi-cEzaZCON/view?usp=sharing>

Fichas de trabajo en el ciclo III-1:

https://drive.google.com/file/d/1y_aa1C0kZRLn9xhCdCUGcOkum3Oig67q/view?usp=sharing

927

Anexo VII: Materiales adicionales

AVII.1. Materiales adicionales para 1º de ESO

Apuntes para los alumnos:

<https://drive.google.com/file/d/1MkP1UGo-rU-UKjS3FWgfCge9NxSp8aTK/view?usp=sharing>

Introducción

Foco 1. Detección y caracterización de **relaciones** de proporcionalidad

Foco 2. Problemas en situaciones de **proporcionalidad simple directa**

Foco 3. Problemas en situaciones de proporcionalidad simple inversa

Foco 4. Problemas en situaciones de proporcionalidad compuesta

Foco 5. Repartos proporcionales

Foco 6. Interpretación del **porcentaje** y problemas asociados

Introducción

Aspectos conceptuales y del contenido

Aproximación
histórica

Estructura
conceptual

Aspectos
fenomenológicos

Tipos de tareas
escolares

Práctica educativa

Aspectos cognitivos

Razonamiento proporcional

Actuaciones de los
estudiantes

Factores que influyen en la
actuación de los estudiantes

Propuestas y experiencias de enseñanza

Dirigidas a alumnos de
primaria y secundaria

Dirigidas a maestros y
profesores en formación

Introducción

Algunas ideas iniciales

- Implicaciones del enfoque de enseñanza “a través de la resolución de problemas”.
- Trabajo aritmético y trabajo algebraico.
- Estrategias generalizables frente a estrategias dependientes de variables de la tarea.

Introducción

La importancia de las operaciones binarias en la aritmética. Estructuras semánticas

Los razonamientos aritméticos se sustentan en el control semántico de las operaciones que realizamos.

¿Cuándo tiene sentido sumar o restar? ¿En qué fenómenos aparecen las sumas y las restas?

¿Cuándo tiene sentido multiplicar o dividir? ¿En qué fenómenos aparecen las multiplicaciones y divisiones?

Introducción

Estructuras semánticas

Problemas aditivos: Estados, comparaciones, transformaciones,...

Problemas multiplicativos: Estados, comparaciones, razones,...

La proporcionalidad está íntimamente ligada a las estructuras multiplicativas y al pensamiento relativo

Introducción

Para saber más sobre estructuras semánticas:

Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Maza, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid: Síntesis.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Nueva York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicatives Structures. En J. Hiebert, & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: NCTM.

Introducción

Tarea: ¿Con qué operaciones binarias diferentes podrías comenzar el siguiente problema? ¿Qué significa el resultado de cada una?

Para la masa de la pizza, la receta indica que debemos mezclar 10 ml de aceite por cada 350 gramos de harina. Si voy a emplear 500 gramos de harina, ¿cuántos mililitros de aceite debería echar?

Tarea: Si resolvemos el siguiente problema a partir de dar significado a operaciones binarias, ¿cuántas formas diferentes hay de resolverlo? Intenta resolverlo de diferentes formas:

Si 10 vacas consumen 300 kg de pienso en 20 días. ¿Cuánto pienso necesitaríamos para alimentar 45 días a 8 vacas?

Introducción

Si resolvemos el siguiente problema a partir de dar significado a operaciones binarias, ¿cuántas formas diferentes hay de resolverlo? Intenta resolverlo de diferentes formas:

Si 10 vacas consumen 300 kg de pienso en 20 días. ¿Cuánto pienso necesitaríamos para alimentar 45 días a 8 vacas?

¿Alguien ha resuelto el problema sin pasar por el cálculo de la cantidad de pienso diaria que consume una vaca?

Características de la propuesta

Características de la propuesta

Foco 1: Detección y caracterización de relaciones de proporcionalidad

- Caracterización por constancia → Condición de regularidad

En el supermercado he pagado 15 € por comprar 30 productos.

Magnitudes directamente proporcionales **suponiendo que todos los productos valen lo mismo**

Razón 1: $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ **euros por cada producto**

Razón 2: $\frac{30}{15} = 2$ **productos por cada euro**

Características de la propuesta

El tipo de magnitudes influye en la facilidad para interpretar la razón como tanto por uno

El precio de 4m de tela es 20 €.

Por cada 100 gr de harina echamos 15 gr de azúcar.

Entre 5 amigos hemos hecho 15 pulseras para un mercadillo.

Características de la propuesta

a) Tiene 40 años y cobra 1.000€ al mes.

No hay una pareja de magnitudes directamente proporcionales porque lo que cobra una persona no depende de la edad de esta.

b) Lucía tiene 3 semanas y pesa 3,6 kg.

No hay una pareja de magnitudes directamente proporcionales porque no podemos suponer que engorde lo mismo todas las semanas. Además al nacer debiera pesar 0 kg lo que es imposible.

c) Para trasladar unos ladrillos 8 obreros han tenido que mover 40 ladrillos cada uno.

No hay una pareja de magnitudes directamente proporcionales porque los 40 ladrillos corresponden a 1 obrero por lo que no tiene sentido repartirlos entre 8.

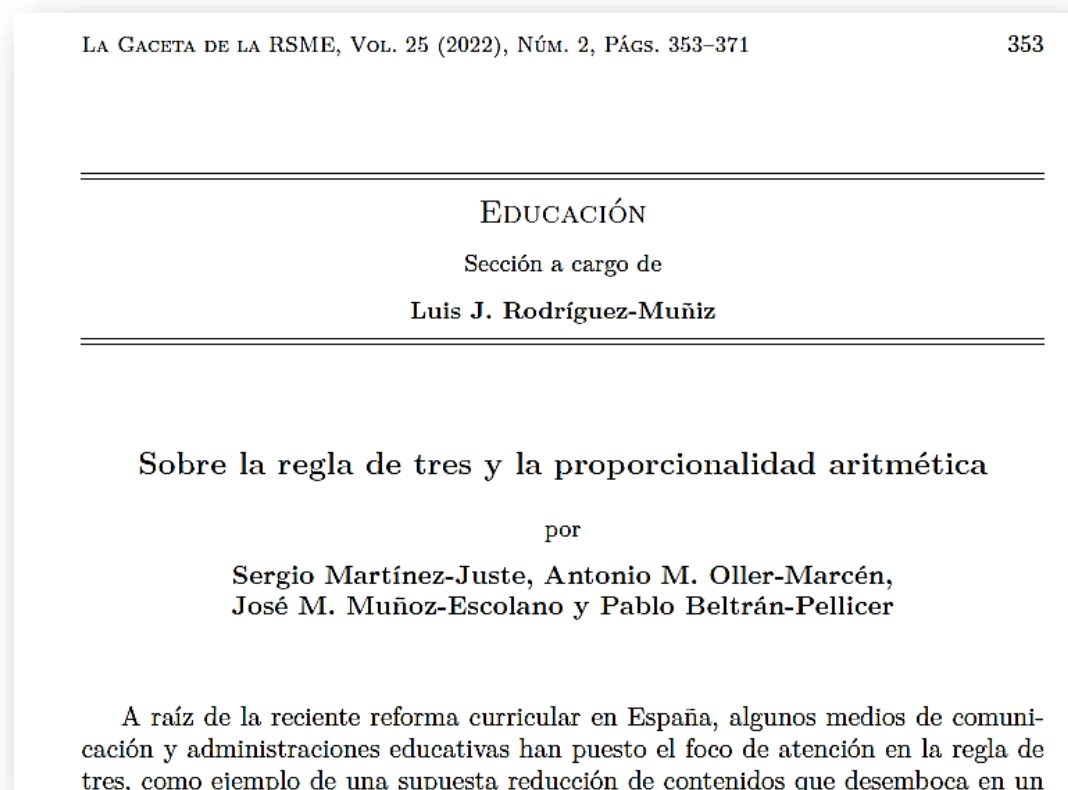
d) En 5 litros de agua ha echado 2 litros de zumo.

Sí hay una pareja de magnitudes directamente proporcionales si se echa el mismo n° de litros de agua por cada litro de zumo.

Características de la propuesta

Foco 2: Problemas en situaciones de proporcionalidad simple directa

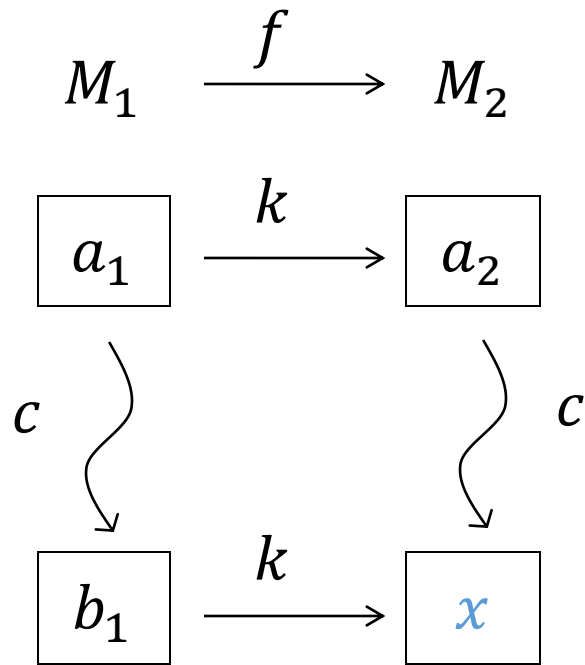
■ ~~Regla de 3~~



Foco 2: Problemas en situaciones de proporcionalidad simple directa

- Acercamiento a través del cálculo e interpretación de la razón externa

Valor perdido



Si para andar 10 km he necesitado 2 horas

Para andar 20 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

Si para andar 10 km he necesitado 2 horas

Para andar 15 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

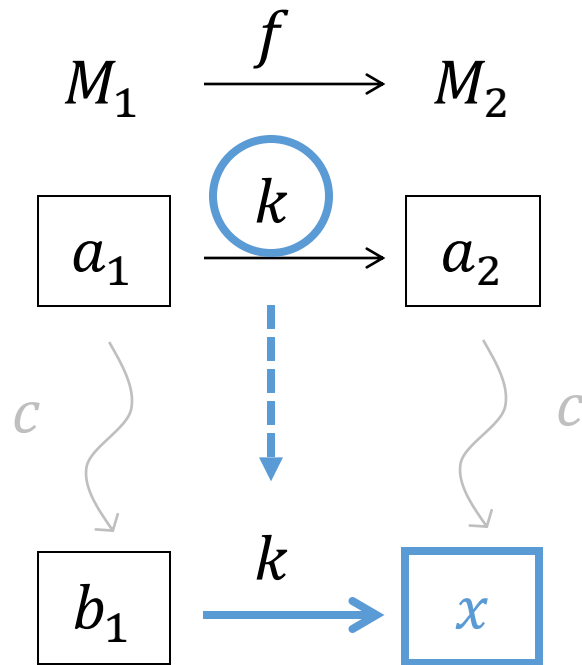
Si para andar 11 km he necesitado 2 horas

Para andar 17 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

Foco 2: Problemas en situaciones de proporcionalidad simple directa

- Acercamiento a través del cálculo e interpretación de la razón externa

Valor perdido



Si para andar 10 km he necesitado 2 horas

Para andar 20 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

Si para andar 10 km he necesitado 2 horas

Para andar 15 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

Si para andar 11 km he necesitado 2 horas

Para andar 17 km, ¿cuánto tiempo tendré que emplear?

Características de la propuesta

Problema 2: En una papelería por 4 bolígrafos me han cobrado 5 euros. ¿Cuántos bolígrafos me puedo comprar con 12,5 €?

Son directamente proporcionales si cada bolí vale lo mismo.

bolígrafos entre €.

$$4 : 5 = 0,8 \text{ bolígrafos por cada €}$$

$$\begin{array}{r} 12,5 \\ \cdot 0,8 \\ \hline 1000 \text{ bolígrafos} \end{array}$$

Problema 2: En una papelería por 4 bolígrafos me han cobrado 5 euros. ¿Cuántos bolígrafos me puedo comprar con 12,5 €?

Si son propor. si cada bolí vale lo mismo

$$\frac{5}{4} = 1,25 \text{ € cuesta 1 bolí}$$

$$\frac{12,5}{1,25} = 10 \text{ bolís puedo comprar}$$

Foco 2: Problemas en situaciones de proporcionalidad simple directa

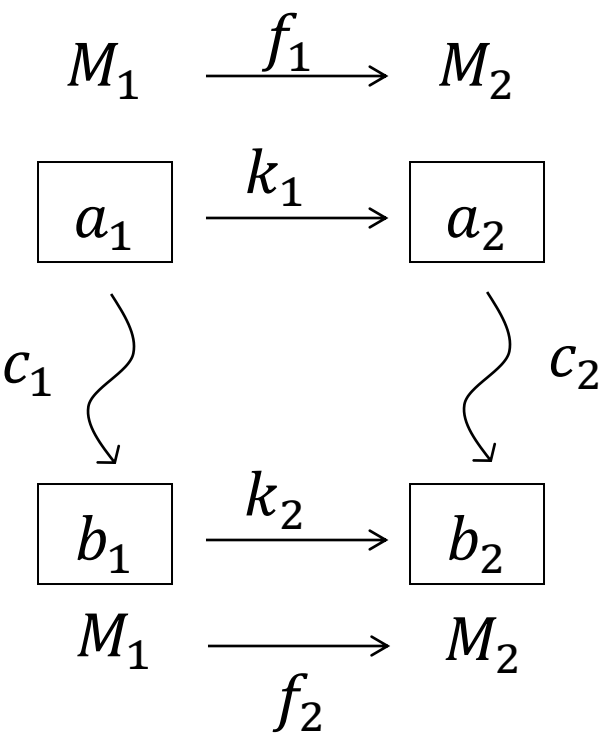
- Acercamiento a través del cálculo e interpretación de la razón externa

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 20 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 15 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 17 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Comparación



Foco 2: Problemas en situaciones de proporcionalidad simple directa

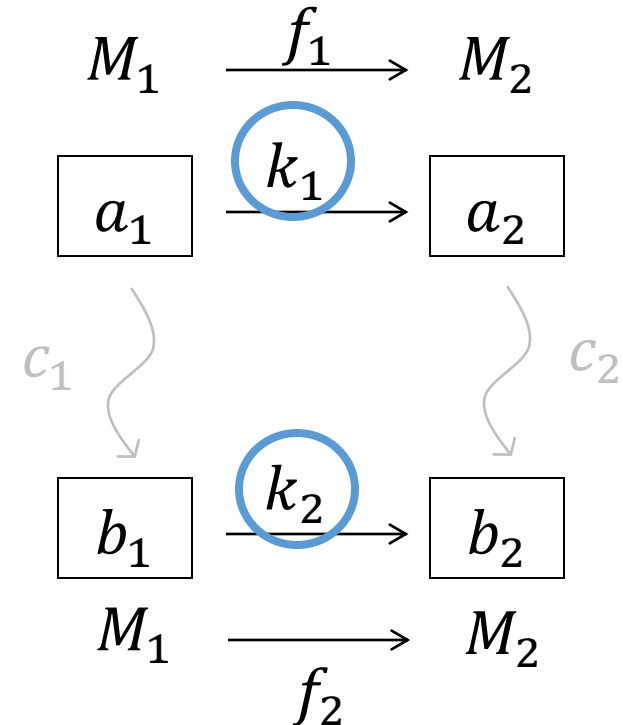
- Acercamiento a través del cálculo e interpretación de la razón externa

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 20 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 15 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Iván: Para andar 10 km ha necesitado 2 horas
Paloma: Para andar 17 km ha necesitado 3,5 horas
¿Quién va más rápido?

Comparación



Características de la propuesta

3.- Sara hace la sopa mezclando 3 litros de caldo con 0,9 kg de fideos. Pedro, en cambio, mezcla medio kilo de fideos con 1,5 litros de caldo. ¿Qué sopa saldrá más espesa?

C.R. = que cada sopa lleve los mismo l de caldo por cada Kg de fideos.

Si son directamente proporcionales ya que dependiendo de la cantidad de l y Kg que echas saldrá más espesa o menos espesa.

RACIONES ENTRE Kg y l:

Sara: Kg de fideo por l = $\frac{0,9}{3} = 0,3$ Kg.

Pedro: " = $\frac{0,5}{1,5} \approx 0,33$ Kg. $\rightarrow$ Más espesa Pedro.

3.- Sara hace la sopa mezclando 3 litros de caldo con 0,9 kg de fideos. Pedro, en cambio, mezcla medio kilo de fideos con 1,5 litros de caldo. ¿Qué sopa saldrá más espesa?

	Sara	Pedro
caldo	3 l	1'5 l
Fideos	0'9 Kg	0'5 Kg
	$\frac{0'9}{3}$	$\frac{0'5}{1'5}$
	0'3	0'33

Las dos tendrán el mismo espesor

Comparación cualitativa: En la marca T de chicles hay más chicles en cada paquete que en los de la marca D. Por otro lado, cada paquete de la marca D es más barato que los paquetes de la marca T. ¿Qué marca de chicle es más barata?

Alumno: *No se puede saber por falta de magnitudes*

P-1: (...) ¿Qué significa eso?

A1.1: (...). No tienes números ni factores que te demuestren que sea más barato uno o más caro el otro.

P-1: Y, ¿podrías poner números y resolverlo?

Marca T	10 chicles	5 €	10 $\div$ 5	2 chicles por cada €
Marca D	5 chicles	2,5 €	5 $\div$ 2,5	2 chicles por cada €
		3	20 $\div$ 16,7	1,67 chicles por cada €
Marca T	10	10	10 $\div$ 10	1 chicle por cada €
Marca D	5	7,5		

Foco 6: Interpretación del porcentaje y problemas asociados

- Interpretar el porcentaje como una relación entre dos cantidades de dos magnitudes
- Interpretar las razones asociadas

El 15 % del volumen del refresco es zumo

Dos magnitudes “volumen de refresco” y “volumen de zumo”

Por cada 100 unidades de volumen de refresco hay 15 de esas unidades de zumo

Consideramos que se echa siempre la misma cantidad de zumo por cada unidad de volumen de refresco

15 / 100 unidades de volumen de zumo por cada una de refresco

100 / 15 unidades de volumen de refresco por cada una de zumo

Características de la propuesta

Ejercicio 2: En una ciudad hay un 52% de mujeres. Si la población total es de 725.000 habitantes:

¿Cuántas mujeres viven en esa ciudad?

$$\frac{52}{100} = 0'52 \text{ mujeres por } 1 \text{ habitante.}$$

$$0'52 \cdot 725.000 = 377.000 \text{ mujeres por } 725.000 \text{ habitantes.}$$

$$\begin{array}{r} 725.000 \\ 0'52 \\ \hline 1450000 \\ 03625000 \\ \hline 037700000 \end{array}$$

¿Cuántos hombres viven en la ciudad?

$$\frac{48}{100} = 0'48 \text{ hombres por } 1 \text{ habitante.}$$

$$0'48 \cdot 725.000 = 348000 \text{ hombres por } 725.000 \text{ habitantes.}$$

$$\begin{array}{r} 725.000 \\ 0'48 \\ \hline 5800000 \\ 029000000 \\ \hline 348000000 \end{array}$$

- Enfoque constructivista/investigativo centrado en el **aprendizaje a través de la resolución de problemas** (Beltrán-Pellicer & Martínez-Juste, 2021; Gaulin, 2001; López & Alsina, 2015)

Introducción de nuevo contenido

Primera parte:

- Situación introductoria
- Puesta en común
- Institucionalización (opcional)

Segunda parte (opcional):

- Actividad de aula en grupos
- Puesta en común

Sin introducción de nuevo contenido

Primera parte (opcional):

- Puesta en común tarea para casa

Segunda Parte:

- Actividad de aula en grupos
- Puesta en común

Diseño de tareas

F4.2.1: Jesús ha recorrido 8 kilómetros en 3 horas, mientras que en 2 horas y media Celia ha recorrido 7 kilómetros, ¿quién ha ido más rápido?

Tipo de problema: Comparación cuantitativa.	Relación de proporcionalidad: Directa.
Magnitudes involucradas: A: Distancia (km). Extensiva, continua. B: Tiempo (h). Extensiva, continua.	Estructura funcional: $\frac{A}{B} = k$
Constante de proporcionalidad: k , velocidad.	Estructura numérica: (8:3)~(7:2,5)
Razones externas: No enteras.	Razones internas: No enteras.

El falso problema de comparación, F4.2.2, se presenta en un contexto análogo al de las situaciones TC1.3 y TC2.3.

F4.2.2: En el hospital A en la planta 5 trabajan 25 médicos. En el hospital B en la planta 7 hay 20 médicos, ¿qué hospital ofrece una mayor atención a sus pacientes?

Tipo de problema: Análisis de situaciones.	Relación de proporcionalidad: No hay suficientes magnitudes
---	--

En F4.2.3, la razón se presenta con un significado de promedio estadístico.

F4.2.3: El futbolista C ha marcado 18 goles en los 22 partidos que ha jugado, mientras que el futbolista M ha marcado 25 goles en los 35 partidos jugados, ¿qué futbolista ofrece mayor rendimiento goleador?

Tipo de problema: Comparación cuantitativa.	Relación de proporcionalidad: Directa.
Magnitudes involucradas: A: Cantidad de goles. Extensiva, discreta. B: Cantidad de partidos. Extensiva, discreta.	Estructura funcional: $\frac{A}{B} = k$
Constante de proporcionalidad: k , goles por partido.	Estructura numérica: (18:22)~(25:35)
Razones externas: No enteras.	Razones internas: No enteras.

TC2.1: En 4 horas limpió 37 cristales.

Tipo de problema: Análisis de situaciones.	Relación de proporcionalidad: Directa.
Magnitudes involucradas: A: Cantidad de cristales. Extensiva, discreta. B: Tiempo (h). Extensiva, continua.	Estructura funcional: $\frac{A}{B} = k$
Constante de proporcionalidad: k , velocidad a la que se limpia (cantidad de cristales por unidad de tiempo).	Estructura numérica: (37:4)
Razones externas: No enteras (solo k admite expresión decimal exacta).	

F6.2.2: En una papelería por 4 bolígrafos me han cobrado 5 euros. ¿Cuántos bolígrafos me puedo comprar con 12,5 €?

Tipo de problema: Valor perdido.	Relación de proporcionalidad: Directa.
Magnitudes involucradas: V. dependiente, X: Cantidad de bolígrafos. Extensiva, discreta. V. independiente, A: Valor económico. Extensiva, discreta.	Constante de proporcionalidad: k , masa de arroz por cada unidad de volumen de leche.
Estructura funcional: $X = k \cdot A$	Estructura numérica: (4:5) ↔ (x:12,5)
Razones externas: No enteras.	Razones internas: No enteras.

Trayectoria de aprendizaje

Trayectoria de aprendizaje

A.4. Razonamiento proporcional (2º CICLO):

- Razón entre magnitudes: introducción a su cálculo e interpretación.

El desarrollo del pensamiento proporcional va en paralelo con el estudio de las estructuras multiplicativas. Las diferentes estructuras de problemas multiplicativos con números naturales suponen una introducción al concepto de razón entre magnitudes. En concreto, los problemas en los que se plantea la división como reparto igualitario pueden ser un punto de partida para la interpretación de la razón entre magnitudes como razón unitaria. Por ejemplo, **si 6 rotuladores nos han costado 12 euros, si suponemos que todos los rotuladores cuestan lo mismo, podemos pedir el precio de cada rotulador (precio unitario) interpretando esta división como un reparto y el resultado como la cantidad de dinero que cuesta cada rotulador.** Puede ser interesante empezar a hacer explícita en este tipo de situaciones la condición de constancia (cada rotulador cuesta lo mismo) como un acercamiento informal a justificar el cálculo de la razón unitaria.

Es importante señalar que, en este nivel, no es conveniente introducir vocabulario específico como ‘razón’, ‘proporcionalidad’, etc., se trata de incorporar problemas que den la oportunidad de trabajar con estos conceptos sin necesidad de etiquetarlos.

Además de los problemas de una etapa, **al final del ciclo, pueden plantearse de manera informal y sin fijar técnicas de resolución concretas problemas sencillos con más de una etapa.** Por ejemplo, **en la tienda A, 6 rotuladores nos han costado 12 euros y en la tienda B, 2 rotuladores nos han costado 6 euros. ¿En qué tienda son más caros los rotuladores?** Este tipo de problemas suponen un primer acercamiento al pensamiento relativo en donde la respuesta no depende de la cantidad total sino de la razón unitaria.

Trayectoria de aprendizaje

A.4. Razonamiento proporcional (3er CICLO):

- Situaciones proporcionales y no proporcionales en problemas de la vida cotidiana: identificación como relación multiplicativa entre magnitudes.
- Resolución de problemas de proporcionalidad en contextos diversos cercanos al alumnado (vida cotidiana, porcentajes, escalas, ...) reflexionando a partir de las razones involucradas.

Trayectoria de aprendizaje

Para un adecuado desarrollo del razonamiento proporcional es necesario que las situaciones con magnitudes relacionadas (o no relacionadas) que se plantean al alumnado sean variadas en diferentes sentidos.

Hay que prestar atención a presentar magnitudes de diferentes tipos: **continuas**, como la longitud, **discretas**, como el número de latas de un producto del mercado, **intensivas**, como la velocidad o la temperatura. Así mismo, se pueden presentar **datos que no representen magnitudes** a modo de distractor (por ejemplo, “en el portal 5 viven 23 personas”, el número de portal no representa una cantidad de magnitud)

Trayectoria de aprendizaje

Por otro lado, **hay que presentar situaciones con relaciones diversas entre las magnitudes en vez de presentar de forma aislada y localizada en el tiempo solo situaciones proporcionales**. Por ejemplo, se puede pedir analizar si hay o no magnitudes directamente proporcionales en situaciones como “El bebé tiene 2 meses y pesa 4 kg” (no proporcionales) o “Para dar de comer a 16 personas he necesitado 2 kg de arroz” (pueden suponerse proporcionales).

De entre las **formas de justificar si una relación entre magnitudes es de proporcionalidad directa** hay que evitar siempre utilizar argumentos erróneos del tipo “a más de esto, más de lo otro” (o similares). Estos argumentos no permiten describir una relación de proporcionalidad directa, sino una relación creciente y, por tanto, además de inválidos pueden llevar a confusiones futuras y a la promoción de la ilusión de linealidad.

Se propone **utilizar justificaciones que acerquen la relación de proporcionalidad a la razón entre las magnitudes y, por tanto, a interpretar la constante de proporcionalidad**, este será el paso en futuras etapas (no en primaria) para introducir la modelización algebraica de la proporcionalidad. Por ejemplo, en la situación “**Para dar de comer a 16 personas he necesitado 2 kg de arroz**”, **las magnitudes serán directamente proporcionales si doy la misma comida siempre a cada persona**. Si suponemos esta condición viable podremos calcular y dar significado a “comen 8 personas con cada kg de arroz” o a “necesitamos $1 / 8 \text{ kg} = 0,125 \text{ kg}$ de arroz para dar de comer a cada persona”. Por otro lado, no tiene sentido que el bebé engorde lo mismo cada mes, por lo que en el otro ejemplo las magnitudes no pueden suponerse proporcionales.

Trayectoria de aprendizaje

A partir del análisis de situaciones diversas pueden **proponerse problemas variados en donde no necesariamente haya que calcular una cantidad desconocida, también se pueden proponer ejemplos en los que haya que **comparar** las razones o constantes de proporcionalidad para determinar cuál de entre varias opciones es más ventajosa.**

Por ejemplo, **“En la tienda A, 4 latas grandes de atún nos han costado 28 €; en la tienda B 3 latas del mismo atún nos han costado 22,50 €; y en la tienda C, 5 latas nos han costado 32,50 €. Ordena de más barata a más cara las tiendas para comprar esas latas de atún.”** El alumnado puede responder al anterior problema mediante el cálculo de la razón unitaria “precio de cada lata”. Junto con problemas como el anterior, pueden plantearse problemas “clásicos” de proporcionalidad en los que haya que calcular una cantidad desconocida. Para estos problemas hay que evitar usar técnicas algebraicas o algorítmicas, como la regla de tres o el producto cruzado, o, incluso, técnicas específicas que no sirvan en otros contextos, por lo que se deben promover las resoluciones aritméticas basadas en dar significado a las operaciones y los resultados de las mismas. Por ejemplo “En la tienda A, 4 latas grandes de atún nos han costado 28 €. ¿Cuánto tendríamos que haber pagado por 10 latas?” En primer lugar, hay que razonar la relación de proporcionalidad (si cada lata cuesta lo mismo podemos suponer que son directamente proporcionales) para después calcular el precio unitario repartiendo el coste total entre el número de latas porque a cada lata le corresponde la misma cantidad de dinero, $28:4=7$ € por lata. Por lo que para calcular el precio de 10 latas debemos repetir 10 veces el precio de una lata. Es decir, $7 \times 10 = 70$ € costarán las 10 latas.

En este tipo de problemas, **pueden surgir otras estrategias aritméticas de forma natural que no deben penalizarse y que sirven para dar una visión más rica del fenómeno de la proporcionalidad.** Por ejemplo, un alumno o alumna podría resolver el anterior problema diciendo que si 4 latas cuestan 28 euros, 8 latas (el doble) costarán 56, y 2 latas (la mitad) costarán 14. Por lo que sumando el precio de 8 latas y de 2 latas $56+14=70$, obtenemos el precio de 10 latas.

Trayectoria de aprendizaje

Para no convertir estas actividades en ejercicios rutinarios se pueden **contraponer con ejercicios con una estructura similar pero en los que no pueda suponerse una relación directa y no puedan resolverse** (“En el portal 5 de mi calle hay 10 vecinos, ¿cuántos vecinos hay en el portal 10?”) o con problemas resolubles pero con otro tipo de relaciones (“Julio y Marga están corriendo a la misma velocidad. Julio empezó a correr antes y cuando lleva 15 metros recorridos, Marga lleva 5 metros. ¿Cuántos metros llevará recorridos Julio cuando Marga lleve 15 metros?”).

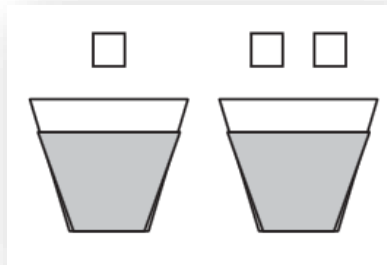
El trabajo con contextos como el **porcentaje o las escalas**, debe relacionarse con las estrategias que se han utilizado anteriormente en problemas generales, evitando introducir fórmulas o técnicas nuevas para este tipo de contextos. En concreto, hay que realizar un esfuerzo en identificar que un porcentaje “esconde” dos valores que se refieren a dos cantidades de magnitud diferentes. Por ejemplo, “en el refresco hay un 10 % de zumo de limón y el resto es agua”, el dato “10 %” representa que hay 10 unidades de zumo de limón por cada 100 unidades de refresco. A partir de ahí, pueden calcularse las razones entre las magnitudes involucradas.

De la misma forma, las **escalas**, por ejemplo, un plano de una casa a escala 1:50, deben interpretarse como dos cantidades de magnitudes diferentes relacionadas, en el ejemplo, 1 unidad de longitud en el plano por cada 50 unidades de longitud en la realidad. Posteriormente, se pueden utilizar las estrategias generales presentadas anteriormente dando significado a las operaciones

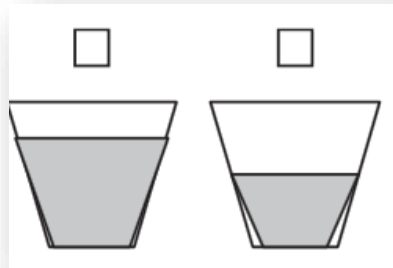
Trayectoria de aprendizaje

- Primer ciclo de Educación Primaria (también infantil)
 - Iniciación al pensamiento relativo.

EJEMPLO ¿Un zumo sabrá más dulce que el otro o tendrán el mismo sabor?



Y lo mismo con esta otra situación.

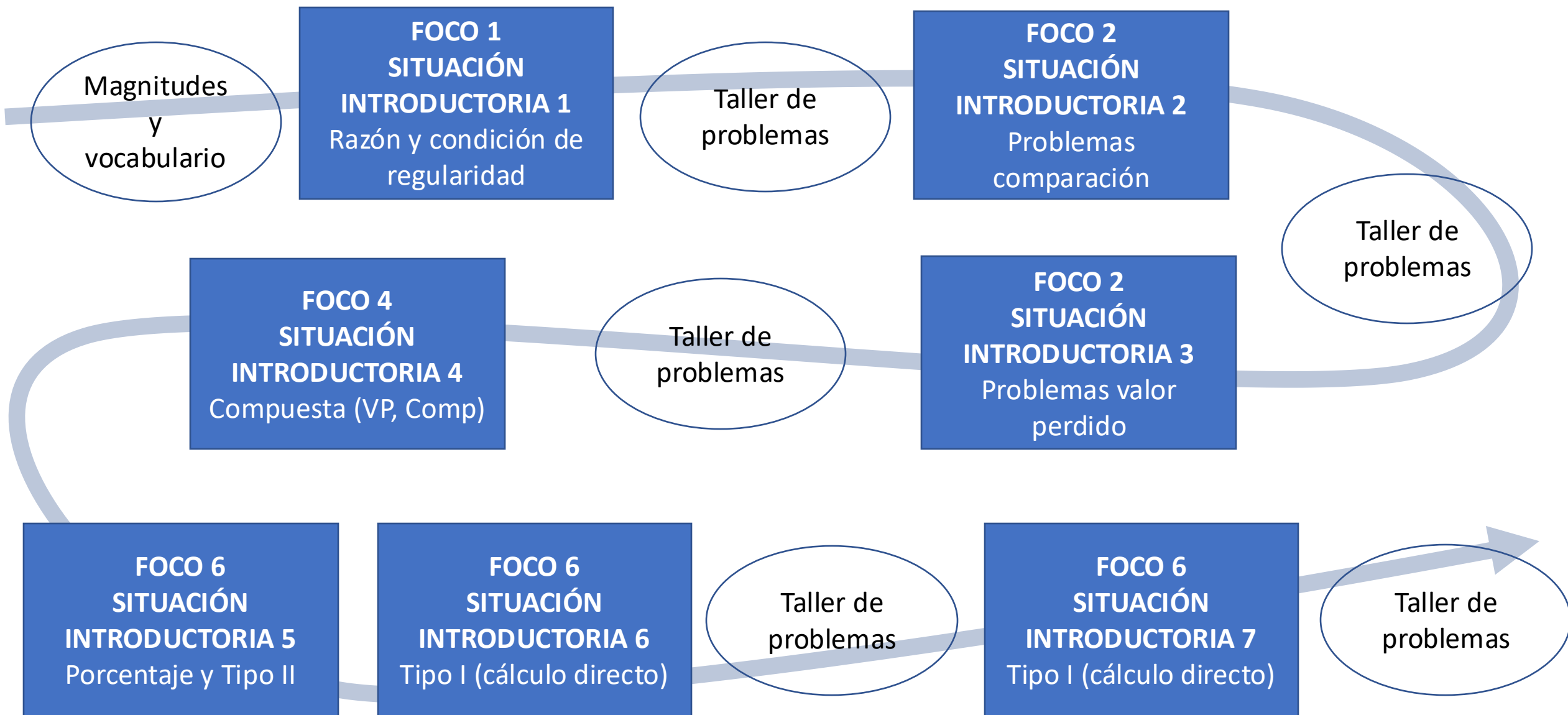


Fuente: Nunes, et al. (2003).

Trayectoria de aprendizaje

- Primer ciclo de Educación Primaria (también infantil)
 - Iniciación al pensamiento relativo
- Segundo ciclo de Educación Primaria
 - Razón entre magnitudes: introducción a su cálculo e interpretación
 - (Ligado a las estructuras semánticas multiplicativas)
- Tercer ciclo de Educación Primaria
 - **Situaciones proporcionales y no proporcionales** en problemas de la vida cotidiana: **identificación como relación multiplicativa** entre magnitudes.
 - **Resolución de problemas de proporcionalidad en contextos diversos** cercanos al alumnado (vida cotidiana, porcentajes, escalas, ...) **reflexionando a partir de las razones involucradas.**

Trayectoria de aprendizaje



Problemas introductorios

Problemas introductorios

FICHA	2.1	EQUIPO		FECHA	
ALUMNO 1:					
ALUMNO 2:					

Intenta responder a las siguientes cuestiones:

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1 €?

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€?

- RAZÓN
- SIGNIFICADO DE RAZÓN
- CONDICIÓN DE REGULARIDAD
- RAZÓN INVERSA

Problemas introductorios

Ejemplo 1 de S.I. ¿Qué se obtiene?

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1 €?

No se puede porque cada producto puede valer una cosa diferente.

-Se podría resolver si los 30 productos son iguales.

$$15 : 30 = 0,5 \quad / \quad 2 \text{ producto } (1 : 0,5 = 2)$$

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€?

No se puede porque le costará lo mismo.

Problemas introductorios

Ejemplo 1 de S.I. ¿Qué se obtiene?

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1 €?

Cuesta 0'50 €

Puede comprar 2 productos con 1 €

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€? ~~+~~ No se resuelve

Lo mismo.

Problemas introductorios

Ejemplo 1 de S.I. ¿Qué se obtiene?

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1€?

$$\begin{array}{r} 150/30 \\ 000,5\text{€} \end{array}$$

$$1 : 0,5 = 2$$

Un producto cuesta 0,5€. 2 productos

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€?

No se sabe porque el día 30 no es una magnitud

Problemas introductorios

Ejemplo 1 de S.I. ¿Qué se obtiene?

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1 €?

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 15} \\ \underline{0} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

- Un producto cuesta 2 euros.
- No puedes comprar nada con 1€ porque vale 2€.

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€?

No hay manera/No se puede.

Problemas introductorios

Ejemplo 1 de S.I. ¿Qué se obtiene?

Hemos ido de compras al supermercado y hemos comprado 30 productos y nos han cobrado 15€ ¿Cuánto cuesta 1 producto? ¿Cuántos productos puedo comprar con 1 €?

Lo puede calcular si mediamos los precios de los productos o si todos valen lo mismo.

Si todos valen lo mismo 1 producto cuesta 50 cent: $15 : 30 = 0,50$

Con 1€ podemos comprar 2 productos $0,50 \cdot 2 = 1€$

Unos amigos fueron al supermercado el día 30 y les cobraron 15 € ¿Cuánto hubieran pagado el día 1? ¿En qué día se paga 1€?

Lo mismo

En un mes



Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas



**GOBIERNO
DE ARAGON**

arcomat



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL
Y DEPORTES



PCT de refuerzo de la
**COMPETENCIA
MATEMÁTICA**

Muchas gracias

Desarrollo competencial del sentido numérico en EP

Sergio Martínez Juste

smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT