

Desarrollo competencial del sentido numérico ESO

Sergio Martínez Juste
smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT

Índice

Estrategias de cálculo oral

1



Cálculo escrito

2



Conexiones con el sentido algebraico

3



Significados del número y las operaciones

4



Sentido numérico

El *sentido numérico* es una capacidad que permite relacionar los números, las operaciones, sus propiedades y los contextos en los que aparecen, para resolver los problemas (numéricos) de *forma creativa y flexible* (Sowder, 1992).

Sentido numérico

Almeida, Bruno y Perdomo (2014, 2017)

Tomás caminó 0,4828 km, Juan caminó $\frac{13}{38}$ km, María caminó $\frac{8}{15}$ km, Julia caminó $\frac{17}{16}$ km, David caminó 0,966 km y José caminó $\frac{7}{29}$ km.

Ordena las distancias que recorrieron de mayor a menor.

David tiene una granja de largo $\frac{17}{19}$ km y $\frac{6}{13}$ km de ancho. Sin calcular el valor exacto, escoge la mejor estimación del área de la granja:

- a) Mayor que $\frac{1}{2}$ km²
- b) Igual a $\frac{1}{2}$
- c) Menor que $\frac{1}{2}$
- d) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Sentido numérico

Componentes del sentido numérico (Almeida, Bruno y Perdomo, 2014, 2017)

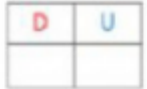
- Comprender el **significado** de los números.
- Reconocer el tamaño relativo y absoluto de los números y de las cantidades de magnitud usando **estimaciones** o propiedades para realizar comparaciones.
- Usar **puntos de referencia** para estimar un número o una magnitud cuando se realizan comparaciones o cálculos.
- Utilizar la **composición y descomposición** de los números.
- Usar múltiples **representaciones** gráficas, manipulativas o pictóricas de los números y las operaciones.
- **Comprender las operaciones** y su efecto relativo.
- Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar lo razonable de una respuesta.

Sentido numérico

Cuatro perfiles de estudiantes de ESO

- Tienen sentido numérico muy desarrollado, buscan procedimientos correctos de detección de números y evitan algoritmos.
- Tienen estrategias de sentido numérico y las usan correctamente, pero tiende a emplear las reglas de cálculo tradicionales.
- Tienden a aplicar reglas y cometen errores al usar estrategias de sentido numérico.
- No muestran sentido numérico y tampoco conocen estrategias basadas en reglas.

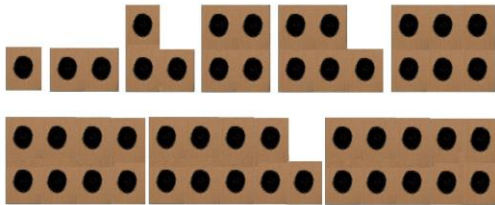
Sentido numérico



42

X

dix



diez

10

Valor	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1 millón, o infinito
Jeroglífico	I	n	9	✿	☞	☞	☞
Descripción	Trazo.	Grillete.	Cuerda enrollada.	Flor de loto.	Dedo.	Renacuajo.	El dios Heb, representado sentado con las manos alzadas.

ten



Shí (10)



Estrategias de cálculo oral

Estrategias de cálculo oral

Conmutación de términos

Para sumar “nueve más veintiséis”, sumar “veintiséis más nueve”.

$$9+26=26+9$$

Omisión de ceros finales

“ciento cuarenta más ciento setenta”, “catorce más diecisiete, treinta y uno, trescientos diez”. $140+170$. $14+17=31$. $140+170=310$

Estrategias de cálculo oral

Descomposición de términos

“sesenta y seis más veintiocho”, “sesenta y seis más veinticuatro”, “noventa más cuatro”. $66+28=66+24+4=90+4$.

“sesenta y seis menos veintiocho”, “sesenta y seis menos veinte, cuarenta y seis, menos ocho, treinta y ocho”. $66-28=66-20-8=46-8=38$.

Compensación de términos

“sesenta y seis más veintiocho”, “setenta más veinte cuatro, noventa y cuatro”. $66+28=70+24=94$.

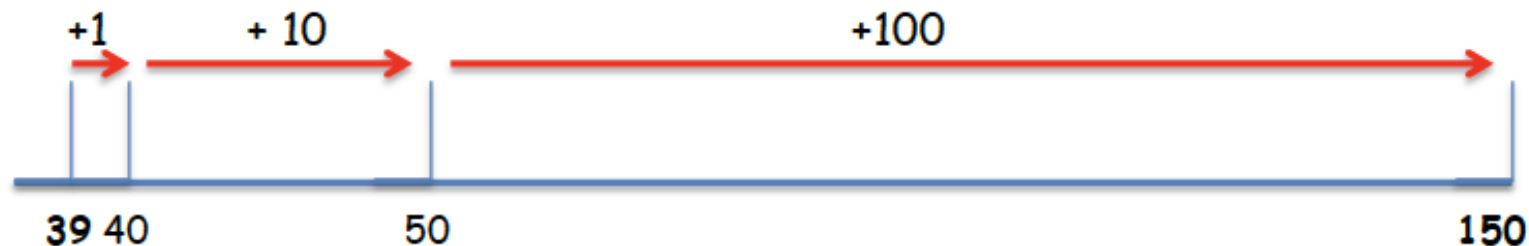
“sesenta y seis menos veintiocho”, “sesenta y ocho menos treinta, treinta y ocho”. $66-28=68-30=38$.

Estrategias de cálculo oral

Sumar en vez de restar

Consiste en convertir la resta en una suma.

Un ejemplo $150 - 39$ utilizando la **RECTA NUMÉRICA**



Estrategias de cálculo oral

1º. Conmutar factores. $12 \times 250 = 250 \times 12$

2º. Omisión de ceros finales.

Para 250×12 pensar en 25×12 , y después de operar multiplicar x 10.

3º. Descomposición

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = 250 \times 10 + 250 \times 2 = 2500 + 500$

- **División:** $1680 : 14 = 1400 : 14 + 280 : 14 = 100 + 20$

4º. Factorización

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = 250 \times (2 \times 6) = (250 \times 2) \times 6 = 500 \times 6$

- **División:** $1680 : 14 = 1680 : (2 \times 7) = (1680:2) : 7 = 840 : 7$

5º. Compensación

- **Multiplicación:** $250 \times 12 = (250 \times 4) \times (12:4) = 1000 \times 3 = 3000$

- **División:** $1680 : 14 = (1680 : 2) : (14 : 2) = 840:7 = (700+140):7=100+20=120$ Luego hay que hacer la op inv en el resto

$1682:14$ C=120 R=2 $841:7$ C=120 R=1

Estrategias de cálculo oral

Operación	Técnicas de cálculo oral
75 x 3	$3=2+1$ $75 \times 2 + 75 \times 1$
55 x 99	$99=100-1$ $55 \times 100 - 55$
24 x 25	$24=25-1$ $24=6 \times 4$ $24=20 + 4$
6 x 27	$6=2 \times 3$ $3 \times 27=81$ $27=25 + 2$ $27=30-3$
66 x 5	33×10 $66 \times (10/2)$
15 x 88	30×44 $15=10+5$ 60×22 $15 \times (4 \times 2 \times 11)$
95 x 50	
8 x 59	
125 x 2000	

Estrategias de cálculo oral

Operación	Estrategias de cálculo mental
75 x 3	$75 + 75 + 75 = 225$ (3º) $75 \times 2 + 75 = 150 + 75 = 225$ (3º)
55 x 99	$55 \times 100 - 55 = 5500 - 55 = 5445$ (3º)
24 x 25	$(24 : 4) \times (25 \times 4) = 6 \times 100 = 600$ (5º + 2º)
6 x 27	$27 \times 3 \times 2 = 81 \times 2 = 162$ (1º + 4º) $6 \times 3 \times 3 \times 3 = 18 \times 3 \times 3 = 54 \times 3 = 162$ (4º)
66 x 5	$(66 \times 10) : 2 = 660 : 2 = 330$ (4º+2º)
15 x 88	$88 \times 15 = 88 \times (10 + 5) = 880 + (880 : 2) = 1320$ (1º + 2º + 3º + 4º) $(15 \times 2) \times (88 : 2) = 30 \times 44 = 30 \times 40 + 30 \times 4 = 1200 + 120 = 1320$ (5º + 3º + 2º)
95 x 50	$(95 \times 100) : 2 = 9500 : 2 = 4750$ (4º + 2º) $50 \times 95 = 50 \times (100 - 5) = 5000 - (50 \times 5) = 4750$ (1º+3º+2º)
8 x 59	$(8 \times 60) - 8 = 480 - 8 = 472$ (2º)
125 x 2000	$250 \times 1000 = 250000$ (5º + 2º)

Estrategias de cálculo oral

Priorizar estrategias que puedan posteriormente relacionarse con otros conceptos

- Restar 998 es restar 1000 y sumar 2
- $x - (1000 - 2) = x - 1000 + 2$
- Restar 2007 es restar 2000 y restar 7 $x - (2000 + 7)$
- Dividir por 5 es dividir por 10 y multiplicar por 2
- Multiplicar por 5 es multiplicar por 10 y dividir por 2

Estrategias de cálculo oral

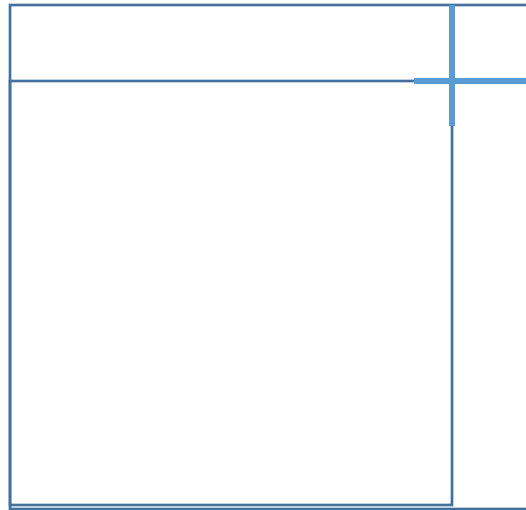
Priorizar estrategias que puedan posteriormente relacionarse con otros conceptos

- 20×98 , veinte veces 98 es como hacer 20 veces 100 y quitar 20 veces 2,
 $20 \times (100 - 2) = 20 \times 100 - 20 \times 2$
- $(105)^2 = (100 + 5) \times (100 + 5) = \dots$
- $61 \times 59 = (60 + 1)(60 - 1) = 3600 - 1 = 3599$

Estrategias de cálculo oral

Relacionar con representaciones gráficas...

- 105^2



Cálculo escrito

Cálculo escrito

$$2\ 020 \times 98$$

Algoritmo de la
multiplicación por
duplicación

2 0 2 0	1
4 0 4 0	2
8 0 8 0	4
1 6 1 6 0	8
3 2 3 2 0	1 6
6 4 6 4 0	3 2
1 2 9 2 8 0	6 4
1 9 7 9 6 0	

Cálculo escrito

Algoritmo de la división por duplicación

$$\begin{array}{r}
 198\ 009 : 98 \\
 \hline
 1\ 97\ 960 \\
 \hline
 19\ 8009 - 197\ 960 \\
 \hline
 \text{RESTO: } 49
 \end{array}$$

9 8	1
1 9 6	2
3 9 2	4
7 8 4	8
1 5 6 8	1 6
3 1 3 6	3 2
6 2 7 2	6 4
1 2 5 4 4	1 2 8
2 5 0 8 8	2 5 6
5 0 1 7 6	5 1 2
1 0 0 3 5 2	1 0 2 4
1 9 7 9 6 0	2 0 2 0

Cociente

20

Cálculo escrito

2 020 x 98

**Algoritmo de la
multiplicación por doble y
mitad (“campesino ruso”)**

2 0 2 0	9 8
4 0 4 0	4 9
8 0 8 0	2 4
1 6 1 6 0	1 2
3 2 3 2 0	6
6 4 6 4 0	3
1 2 9 2 8 0	1
1 9 7 9 6 0	

Cálculo escrito

- Comprensión de algoritmos tradicionales y no tradicionales.
- Modificación de los algoritmos tradicionales.

25 1567 : 4
16

- Algoritmos tradicionales en otras bases.
- Práctica productiva vs Práctica reproductiva. Cecilia Calvo.
<https://drive.google.com/file/d/1c5ioQWaotMK9n-KlIX799fOBAjA5xYmk/view>

Cálculo escrito

Operaciones (combinadas)

- Reflexión sobre su importancia
- X Twitter @lolamenting
- Añade paréntesis a la operación para conseguir los objetivos
- Distintos tipos calculadora:

Las tradicionales y las de escritura funcional
 $20 \times (53 + 76)$.

a. **Operación:** $20: 5 + 5 \cdot 2$

Objetivos: 14 4 1 18

b. **Operación:** $60: 4 + 2 \cdot 3 - 1$

Objetivos: 20 29 5 19 50

c. **Operación:** $1 + 3 \cdot 8: 4 - 2$

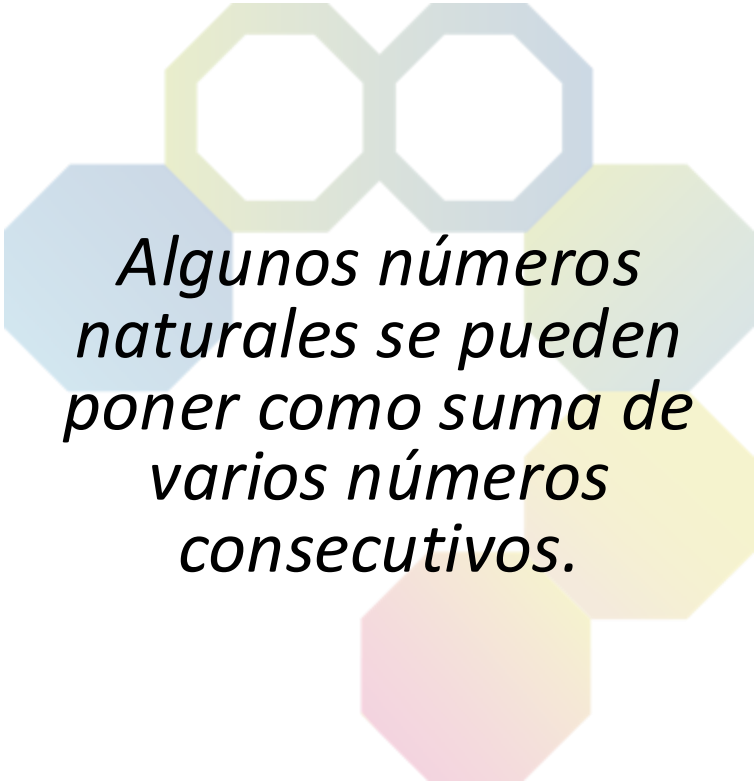
Objetivos: 1 5 6 0 13 16

Calculadora

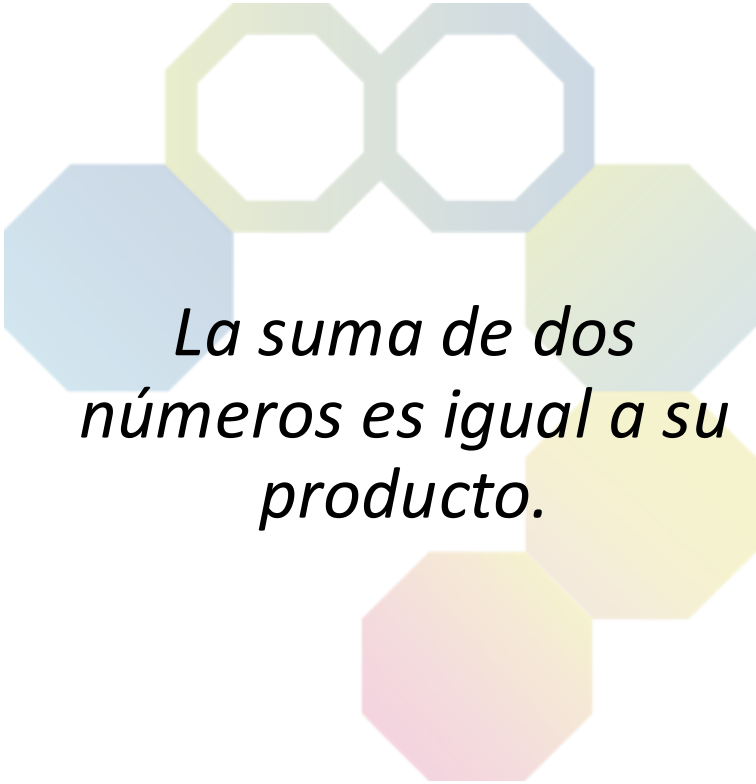
- Enseñar su uso.
- Usarla como apoyo a investigaciones numéricas.
- Usarla como apoyo al cálculo oral.
- Usarla como apoyo a la estimación.

Conexiones con el sentido algebraico

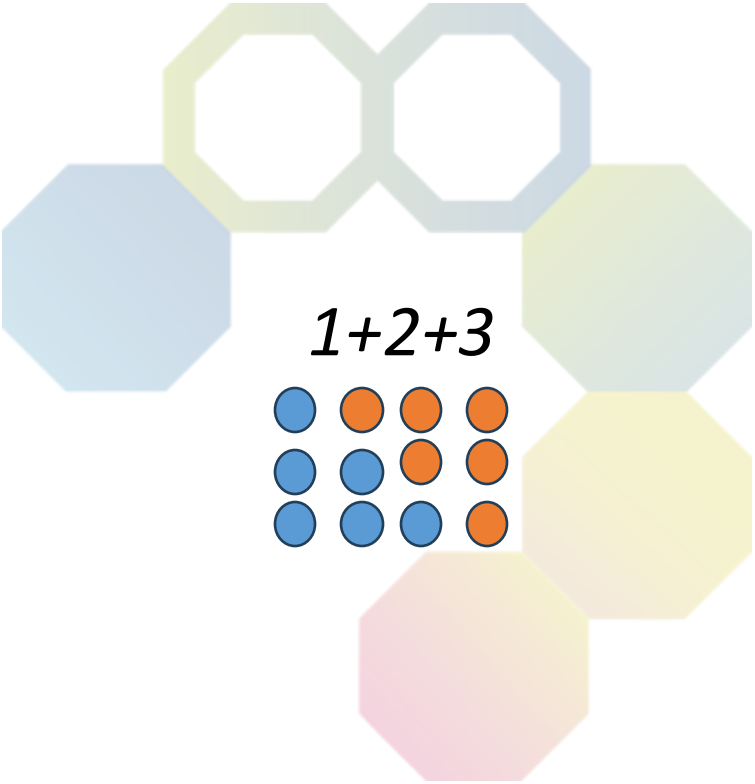
Conexiones con el sentido algebraico



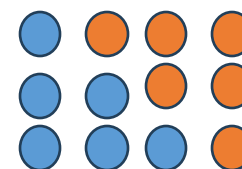
Algunos números naturales se pueden poner como suma de varios números consecutivos.



La suma de dos números es igual a su producto.

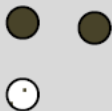
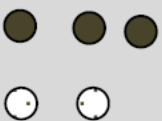
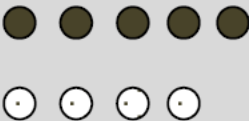


$1+2+3$



Conexiones con el sentido algebraico

[4] Completa las casillas en blanco. Es decir, completa el patrón geométrico para el quinto paso y escribe el número de discos que se necesitan en cada paso. **Responde a las preguntas de debajo de la tabla.**

<i>Paso</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Patrón</i>					
<i>Número de discos</i>					

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 7?

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 15?

¿Cuántos discos se necesitarán en el paso 100?

Calculamos los discos del paso n de formas diferentes, explica cómo has contado los discos:

Si he necesitado 99 discos para dibujar el patrón, ¿en qué paso de la sucesión estoy?

Conexiones con el sentido algebraico

Sí, pero luego no.

- Cuando sumas sale un número mayor.
- Cuando restas sale un número más pequeño.
- Cuando multiplicas sale un número más grande.
- Cuando divides sale un número más pequeño.
- Al grande se le quita el pequeño.
- El grande se divide por el pequeño.
- Anterior, posterior, ...

Conexiones con el sentido algebraico

- Operaciones binarias
- Control semántico
- Programa de cálculo
- Control sintáctico
- Modelización
- Significados signo igual
- Significados signos + y -

Trabajo aritmético Vs algebraico

Conexiones con el sentido algebraico

- Resultado de una operación
- Conector entre expresiones equivalentes
- Propuesta de igualdad
- Definición

Distintos significados del signo igual

Conexiones con el sentido algebraico

- Trabajo con el cálculo oral
- Trabajo con los enteros
- Trabajo con patrones

Comienzo del trabajo algebraico

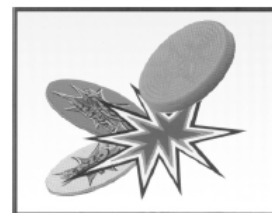
Conexiones con el sentido algebraico

- Sumar 98 , sumar 39, ...
- Sumar 102, sumar 41, ...
- Restar 98, restar 39, ...
- Restar 102, restar 41, ...
- Lo mismo pero haciéndolo 2 veces, 3 veces, ...
- Búsqueda de decena, centena, más cercana

Conexiones con el sentido algebraico

1. CÓMO CONSTRUIR EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejercicio 1. Laura se llevó sus tazos al colegio para jugar varias partidas. En la primera perdió 9 tazos y en la segunda ganó 7. ¿Cuántos tazos le quedaron después de jugar?



Ejercicio 2.



Un tren sale de Barcelona con cierto número de pasajeros y llega a Gerona después de hacer dos paradas. En la primera parada, bajan 15 y suben 12 pasajeros; en la segunda parada, bajan 38 y suben 42 pasajeros. ¿Con cuántos pasajeros llegó el tren a Gerona?

Ejercicio 7. Para cada una de las expresiones algebraicas siguientes, propón un problema que la tenga como solución y escríbela lo más simplificada posible.

E1) $a + 5 + 8 - 6$

Significados del número y las operaciones

Significados del número y las operaciones

Situaciones aditivas de una etapa



Se resuelven mediante una suma o una resta

Dos datos



Dos cantidades conocidas

Una incógnita



La solución de la situación

Transformación

Comparación

Estado

Variación de una cantidad inicial

Diferencia entre dos cantidades

Significados del número y las operaciones

**Situaciones multiplicativas
de una etapa**



**Se resuelven mediante
una multiplicación o una
división**

Dos datos



Dos cantidades conocidas

Una incógnita



La solución de la situación

Razón

una cantidad de magnitud con respecto a una cantidad de otra magnitud o a otra unidad de la misma

**Comparación
multiplicativa**

*el número de veces que una cantidad
está contenida en otra cantidad*

Estado

Muchas gracias

Sergio Martínez Juste
smartinezju@aragon.es

Coordinador programa ARCOMAT